CHAPITRE 7

BUTEES ET PALIERS HYDROSTATIQUES

1 – INTRODUCTION

Dans les chapitres précédents, nous avons vu qu'un palier ou une butée, ne peut fonctionner sous charges importantes que si le film lubrifiant est convergent et si les surfaces sont en mouvement.

Par contre, un palier ou une butée hydrostatiques fonctionnent parfaitement si l'une ou les deux conditions précédentes ne sont pas vérifiées. Dans le cas simple où l'épaisseur du film lubrifiant est constante et les vitesses des surfaces nulles, l'équations de Reynolds se réduit à l'équation de Laplace : $\Delta p = 0$. Cela entraîne un champ de pression positif, si et seulement si, une partie de la frontière du domaine d'intégration est à pression positive.

Lorsque la vitesse des surfaces conduit à une portance hydrodynamique et qu'il existe une source à pression positive, le régime de lubrification est appelé hybride.

Une des premières réalisations connues des paliers hydrostatiques est mentionnée dans le grand dictionnaire Universel Larousse de 1865 [1]. Cette invention est présentée ainsi : « Girard a imaginé récemment un nouveau mode de support des arbres, au moyen duquel on obtient une réduction considérable dans la résistance due au frottement ; la partie du coussinet sur laquelle doit reposer le tourillon est percée d'un trou autour duquel sont disposées des rainures en sens divers ; un jet d'eau à forte pression pénètre par ce trou et soulève le tourillon, qui tourne sur une mince couche d'eau sans toucher au coussinet, de sorte que le coefficient de frottement est presque réduit à zéro. Quoique la machine doive fournir la force nécessaire pour mettre en jeu la pompe, l'économie, dit-on, est considérable. Néanmoins, cette invention n'a pas reçu d'application sérieuse et, de fait, l'introduction de l'eau dans des organes en fer nous paraît présenter de sérieux inconvénients. »

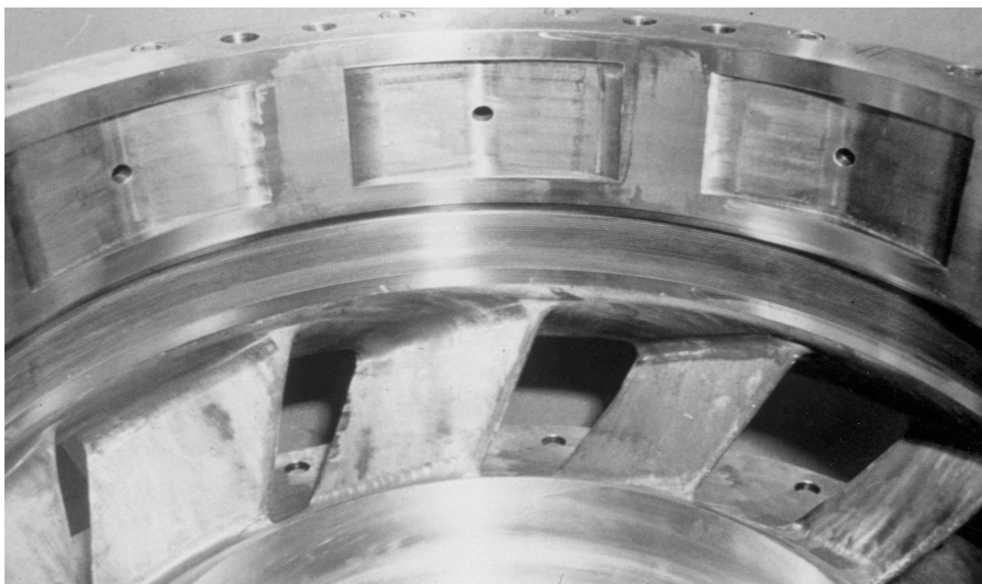


Fig. 1 : Coussinet du palier hybride d'une pompe primaire de réacteur nucléaire N4

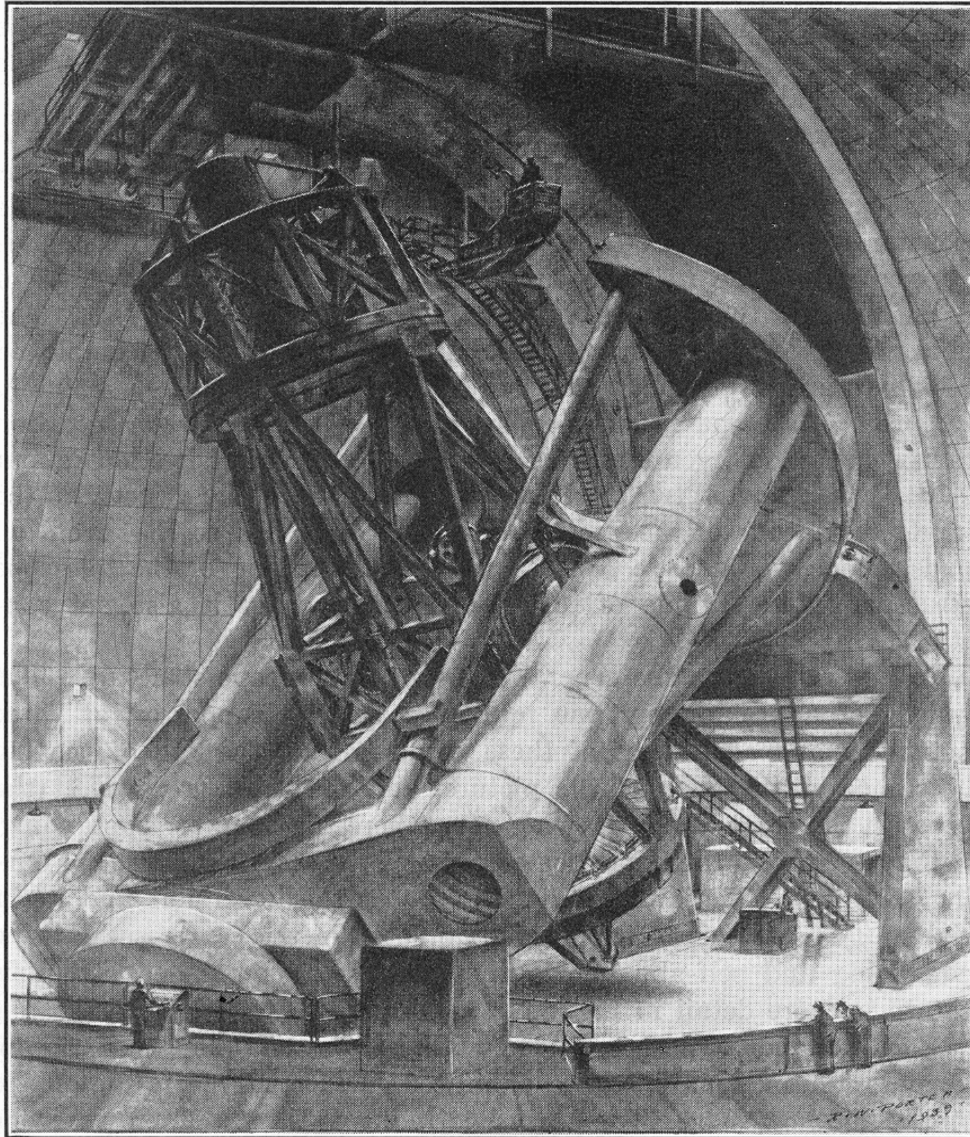


Fig. 2a : Vue générale du télescope du mont Palomar

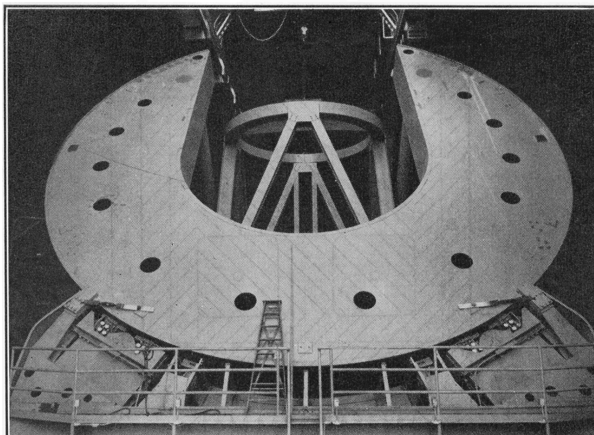


Fig. 2b : Vue de la base du télescope montrant deux des trois supports

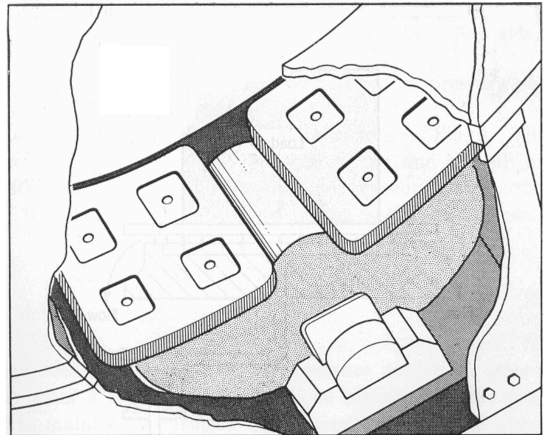


Fig. 2c : Vue d'une paire de butées hydrostatiques

Aujourd'hui, le rotor de la pompe primaire des réacteurs nucléaires N4 est guidé par un palier hybride fonctionnant sur ce principe et lubrifié par de l'eau pressurisée à une température voisine de 280° (fig. 1).

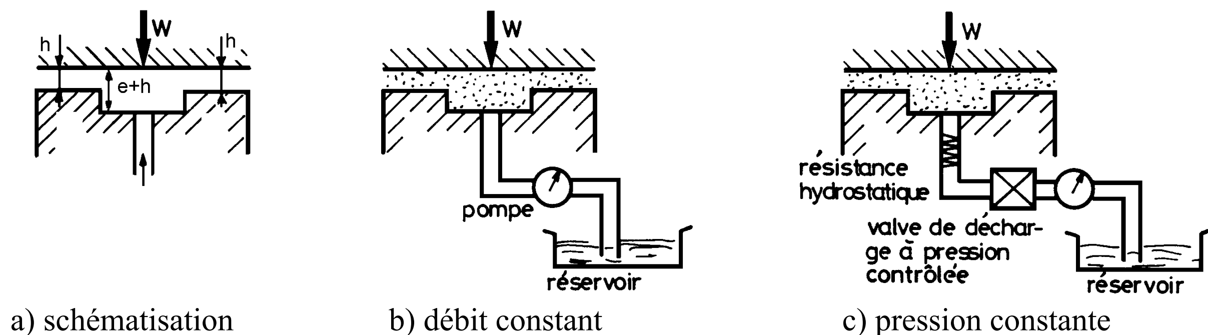
Nous citerons aussi les travaux de Gérard en 1949 [2, 3] qui présente la réalisation de broches utilisant des paliers hydrostatiques dont la raideur est, selon la pression d'alimentation, comprise entre 5.10^7 et 10^8 N/m.

Les paliers hydrostatiques sont utilisés sur des broches d'aléseuses et de rectifieuses de grande précision. Par ailleurs le télescope du mont Palomar (fig. 2a) construit vers 1939, a été le premier télescope de grandes dimensions supporté par des glissières hydrostatiques. Sa masse est d'environ 450 000 kg, il repose sur trois fois deux patins hydrostatiques (fig. 2b et 2c), dont la surface par patin est de 0,5 m^2. La pompe qui alimente l'ensemble des patins a une puissance de 2 kW. Le moteur qui entraîne le télescope en rotation a une puissance de 60 W et cette puissance très surabondante.

2 - PRINCIPE DE LA LUBRIFICATION

Un système hydrostatique comporte deux surfaces, l'une est lisse tandis que l'autre comporte une ou plusieurs cavités (ou alvéoles), (fig. 3a).

On distingue deux régions : des zones (les portées) où l'épaisseur h du film est mince et des zones, constituées par les cavités (ou alvéoles), dont la profondeur e + h est grande devant l'épaisseur du film h. L'arrivée extérieure du fluide se fait dans les alvéoles.



a) schématisation b) débit constant c) pression constante

Fig. 3 : Principe de fonctionnement d'une butée hydrostatique.

Les deux principales méthodes utilisées pour introduire le fluide à l'intérieur du palier sont :

- l'alimentation à débit constant : ce type de lubrification est seulement valable pour les liquides (fig. 3b),
- l'alimentation à pression constante à travers une résistance hydraulique (fig. 3c).

Dans les systèmes à débit constant, on place une pompe volumétrique entre le réservoir et l'alvéole (fig. 3b). Lorsque le mécanisme comporte plusieurs alvéoles, on peut soit alimenter chaque butée par une pompe individuelle, soit utiliser des régulateurs à débit constant qui permettent de distribuer le fluide à partir d'une seule pompe. Cette solution qui assure une grande raideur est peu employée car elle est complexe et coûteuse. On préfère utiliser des systèmes à pression constante.

Dans les mécanismes à pression constante, on place une résistance hydraulique immédiatement en amont de l'alvéole (fig. 3c). Les types de résistance les plus fréquemment utilisés sont les tubes capillaires et les orifices en paroi mince (diaphragme). On emploie parfois des gicleurs qui représentent un compromis entre les deux systèmes précédents ainsi que des parois poreuses qui répartissent mieux le champs de pression mais qui peuvent se

colmater. On utilise aussi des résistances auto régulatrices (de type servovalve) qui possèdent une résistance variable avec le débit, ceci permet d'accroître la raideur de la butée. Théoriquement, il est possible de concevoir des résistances variables telles que la raideur du mécanisme soit pratiquement infinie ; en fait, ces résistances variables peuvent être sources d'oscillations auto entretenues : la butée devient alors un générateur de vibrations. On trouve peu de résultats publiés sur ce type de résistances hydrauliques [4, 5, 6] et ils sont souvent obtenus en laboratoire. Dans le cas des paliers hybrides, Rowe et al [7] propose de supprimer les alvéoles et d'utiliser des orifices inhérents comme dans le cas des paliers à gaz. Cette solution permet d'utiliser l'action hydrodynamique et de réduire à grande vitesse, les pertes par cisaillement dans les alvéoles.

Nous n'envisagerons ici que les systèmes à pression constante régulés par résistance hydraulique : capillaire et orifice.

2.1 - AVANTAGES ET INCONVENIENTS DES PALIERS HYDROSTATIQUES

L'inconvénient principal est le coût et l'encombrement. Cependant, dans de très nombreux cas, il est possible d'utiliser une source de pression existante pour faire fonctionner le palier ce qui réduit sensiblement le coût.

Les paliers hydrostatiques, particulièrement ceux qui fonctionnent avec des liquides, possèdent de nombreux avantages :

- les deux surfaces sont toujours séparées par un film fluide, même lorsqu'elles sont immobiles, ce qui théoriquement rend l'usure nulle et assure ainsi une très grande durée de vie. Le phénomène de frottement saccadé (stick-slip) au démarrage et à faible vitesse est supprimé.
- La pression est distribuée sur une grande surface, il n'y a pas de concentration de pression et pas de fatigue des surfaces.
- Comme la portance ne résulte pas du mouvement des surfaces, l'effet des imprécisions d'usinage est très atténué surtout dans le cas des liquides.

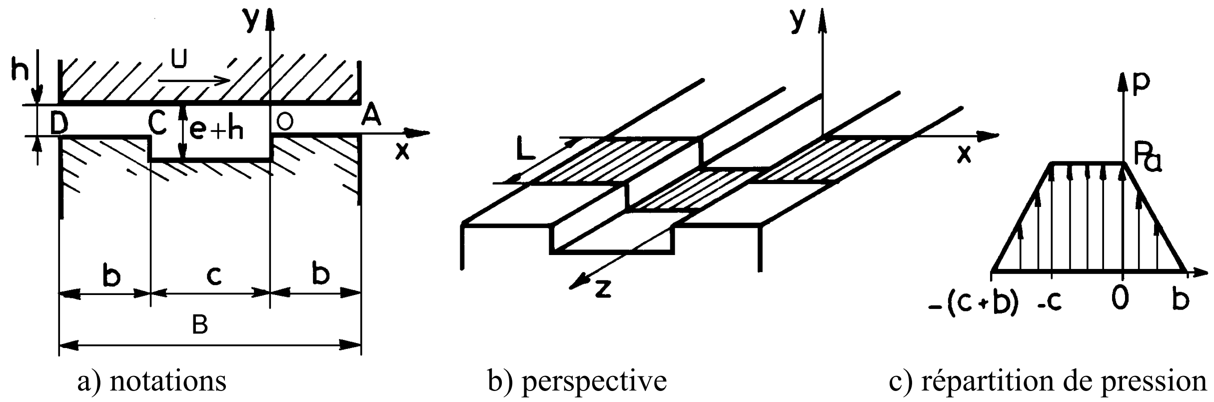
3 - ETUDE D'UNE BUTEE HYDROSTATIQUE SIMPLE

Nous allons sur un exemple très simple, montrer les principes de fonctionnement et de calcul d'une butée hydrostatique lubrifiée par un fluide incompressible. Considérons une butée plane à un alvéole central (fig. 4) que nous supposerons de longueur infinie suivant 0z. Si la profondeur de l'alvéole e est suffisamment grande devant l'épaisseur h du film, $(e/h \geq 50)$, l'expérience montre qu'en régime laminaire, la pression dans l'alvéole est pratiquement constante ; on notera P_a cette pression. Dans ces conditions, on étudie l'écoulement que le long des segments OA et DC, (la butée étant supposée infiniment longue, tous les calculs seront effectués pour une longueur L). Par ailleurs, la plaque supérieure est animée d'un mouvement de translation, parallèlement à elle-même, à la vitesse U.

3.1. CALCUL DE LA CHARGE

Pour un film incompressible et isovisqueux, la masse volumique ρ et la viscosité dynamique μ sont des constantes. Les plaques étant parallèles, l'épaisseur h est aussi constante. L'équation de Reynolds qui donne la pression p dans le film, se réduit à :

$$\frac{d^2 p}{d x^2} = 0$$



a) notations b) perspective c) répartition de pression

Fig. 4 : Butée hydrostatique infiniment longue.

L'intégration de cette équation donne : $p = Ax + C$ où A et C sont déterminés à partir des conditions aux limites sur la pression. Si la pression ambiante est prise comme pression de référence ces conditions s'écrivent :

$$p = P_a \quad \text{pour} \quad x = 0 \quad \text{et} \quad x = -c$$
$$p = 0 \quad \text{pour} \quad x = b \quad \text{et} \quad x = -b-c$$

Il vient :

$$p = \frac{P_a}{b}(b - x) \qquad 0 \le x \le b$$

et

$$p = \frac{P_a}{b}(c + b + x) \qquad -(c+b) \le x \le -c$$

La courbe de pression est présentée sur la figure 4c. La charge pour une longueur L, s'écrit :

$$W = L\int_S p\,ds = L\int_{S_a} P_a ds + L\int_{S_p} p\,ds$$

où S_a représente la surface de l'alvéole, et S_p la surface des portées de largeur b. Après intégration, il vient :

$$W = P_a L(b + c) = P_a L(B - b) = P_a (S_a + S_p/2) = P_a (S + S_a)/2$$

avec $B = 2b + c$ la largeur de la butée et S = LB, la surface totale de la butée.

On peut écrire cette relation sous la forme plus générale :

$$W = P_a S K_W$$

où $K_W = 1 - b/B$ est un coefficient de charge compris entre 0 et 1. Ainsi, la charge, proportionnelle à la pression existant dans l'alvéole, est indépendante de l'épaisseur h du film et est fonction des dimensions de la butée. La charge peut également s'écrire :

$$W = \beta P_S S K_W$$

où $\beta = P_a / P_S$ représente le rapport de la pression dans l'alvéole P_a à la pression P_S fournie par la pompe.

3.2. CALCUL DU DEBIT

La vitesse du fluide est donnée par la relation :

$$u = \frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}\,y\,(y - h) + \frac{U\,y}{h}$$

Le débit Q du fluide qui sort de la butée est obtenu par intégration de la vitesse :

$$Q = L\int_O^h u\,(x = b)\,dy - L\int_O^h u\,(x = -b - c)\,dy = \frac{L\,h^3\,P_a}{6\mu\,b}$$

en introduisant le coefficient de débit $K_Q = \frac{L}{6\,b}$; ce débit s'écrit :

$$Q = \frac{P_a\,h^3}{\mu}\,k_Q$$

soit encore :

$$Q = \beta\frac{P_S\,h^3\,K_Q}{\mu}$$

Si l'on calcule indépendamment le débit sortant à droite et à gauche de la butée, il vient :

$$Q_1 = L\int_O^h u\,(x = b)\,dy = \frac{L\,h^3\,P_a}{12\mu\,b} + \frac{U\,L\,h}{2}$$

$$Q_2 = L\int_O^h (u = -b - c)\,dy = -\frac{L\,h^3\,P_a}{12\mu\,b} + \frac{U\,L\,h}{2}$$

Ainsi Q_2 est la somme d'un terme positif et d'un terme négatif. Si

$$\frac{h^2\,P_a}{6\mu\,b} \leq U_C$$

de l'air entre dans le contact par la partie gauche de la butée et le système ne fonctionne plus. Pour remédier à cela, il suffit de placer à l'extrémité gauche de la butée, une rainure alimentée en fluide à une pression légèrement supérieure à la pression atmosphérique afin d'éviter l'entrée de l'air dans le contact. Ainsi le débit total est toujours :

$$Q = Q_1 - Q_2 = \frac{L\,h^3 P_a}{6\mu\,b}$$

3.3. STABILITE DE LA BUTEE

La relation donnant la charge montre que celle-ci est proportionnelle à la pression dans l'alvéole P_a mais indépendante de l'épaisseur du film lubrifiant h. Par contre, la relation donnant le débit met en évidence la liaison qui existe entre le débit, l'épaisseur du film et la pression P_a. Pour que le système soit équilibré, il est nécessaire qu'à une augmentation de la charge appliquée W corresponde un accroissement de la pression dans l'alvéole P_a pour une variation la plus petite possible de l'épaisseur h du film lubrifiant. Cet asservissement de la pression au débit est obtenu en plaçant une résistance hydraulique entre la source à pression constante P_s et l'alvéole (fig. 3c).

La raideur de la butée, c'est-à-dire le taux de variation de la capacité de charge avec l'épaisseur du film, sera donnée par la relation :

$$\lambda = -\frac{\partial W}{\partial h} = -\frac{\partial W}{\partial P_a}\frac{\partial P_a}{\partial h}$$

3.3.a - Cas du capillaire

Un capillaire est un tube relativement long dont le rapport de la longueur ℓ_C au rayon r est grand $(\ell_C / r > 40)$. Lorsque l'écoulement est laminaire et que les effets d'inertie sont négligeables (c'est-à-dire pour des nombres de Reynolds très inférieurs à 1000), le débit est donné par la loi de Poiseuille :

$$Q_C = \frac{\pi r^4}{8\mu \ell_C}(P_S - P_a) = \frac{K_C}{\mu}(P_S - P_a)$$

avec

$$K_C = \frac{\pi r^4}{8 \ell_C}$$

L'égalité du débit passant dans capillaire à celui sortant de la butée permet d'exprimer la pression dans l'alvéole P_a :

$$P_a = P_S / \left(1 + \frac{K_Q}{K_C} h^3\right) = \beta P_S \quad \text{où} \quad \beta = 1/\left(1 + \frac{K_Q}{K_C} h^3\right) = \frac{1}{1 + \alpha h^3}$$

avec

$$\alpha = \frac{K_Q}{K_C} = \frac{4L\,\ell_c}{3\pi r^4 b}$$

La raideur est donnée par :

$$\lambda_C = -\frac{\partial W}{\partial h} = \frac{3W\alpha h^2}{1+\alpha h^3} = \frac{3W}{h}\frac{K_Q}{K_C}h^3 \frac{1}{1 + \frac{K_Q}{K_C}h^3}$$

soit encore :

$$\lambda_C = \frac{3W}{h}(1-\beta) = 3\beta(1-\beta)\frac{P_S S K_W}{h}$$

3.3.b - Cas d'un orifice

L'écoulement à travers un orifice de diamètre d, peut être approché par la loi :

$$Q_O = C_d \frac{\pi d^2}{4}\sqrt{\frac{2\left(P_S - P_a\right)}{\rho}}$$

où C_d est le coefficient de décharge, voisin de 0,6 pour les orifices en paroi mince.
Cette expression peut encore s'écrire :

$$Q_0^2 = K_O\left(P_S - P_a\right)$$

avec :

$$K_O = \frac{2}{\rho}\left(C_d \frac{\pi d^2}{4}\right)^2$$

La pression dans l'alvéole P_a est donnée par la relation :

$$P_a = \frac{1}{2 h^6 K}\left(-1 + \sqrt{1 + 4 K P_S h^6}\right) \text{ avec } K = K_Q{}^2 / \mu^2 K_O$$

et la raideur par :

$$\lambda_O = \frac{3W}{h}\left(1 - \frac{\beta}{2-\beta}\right) = 6\beta\frac{\left(1-\beta\right)}{2-\beta}\frac{P_S S K_W}{h}$$

3.3.c - Comparaison capillaire – orifice

Les relations donnant la raideur de la butée montrent que lorsque la géométrie $\left(S, K_W\right)$ et la pression d'alimentation $\left(P_S\right)$ sont fixées, la raideur ne dépend que du rapport des pressions $\beta = P_a / P_S$ et de l'épaisseur du film lubrifiant h. Il est donc nécessaire de développer deux études complémentaires :

a) pour une épaisseur de film donnée $h = h_O$, il faut déterminer l'évolution de la raideur en fonction du rapport des pressions β. Ceci permet d'optimiser la raideur pour le point de fonctionnement choisi : $\beta = \beta_O$.

b) pour un point de fonctionnement caractérisé par les valeurs : $h = h_O$ et $\beta = \beta_O$, il faut étudier les variations des caractéristiques de fonctionnement (raideur, charge et débit) lorsque l'épaisseur réelle du film h est différente de la valeur prévue h_0.

On utilise les variables adimensionnées suivantes :

$$\begin{cases} \overline{\lambda} = \lambda h_O / P_S S K_W \\ \overline{W} = W / P_S S K_W \\ \overline{Q} = \mu Q / h_O{}^3 P_S K_Q \\ \overline{h} = h / h_O \\ \beta = P_a / P_S \text{ avec } \beta = \beta_O \text{ si } \overline{h} = 1 \end{cases}$$

- Evolution de la raideur en fonction de β_O

Avec les notations précédentes les raideurs s'écrivent :
Pour un capillaire :

$$\overline{\lambda}_C = 3\beta_O\left(1-\beta_O\right)$$

Pour un orifice :

$$\overline{\lambda}_O = 6\beta\frac{\left(1-\beta_O\right)}{2-\beta_O}$$

Les courbes de la figure 5 présentent les variations des raideurs adimensionnées en fonction du rapport des pressions β_O. On note que pour un capillaire la valeur optimale est $\beta_O = 0{,}5$ tandis que pour un orifice, la valeur optimale est $\beta_O = 0{,}586$. Par ailleurs, la raideur maximale est obtenue avec un orifice.

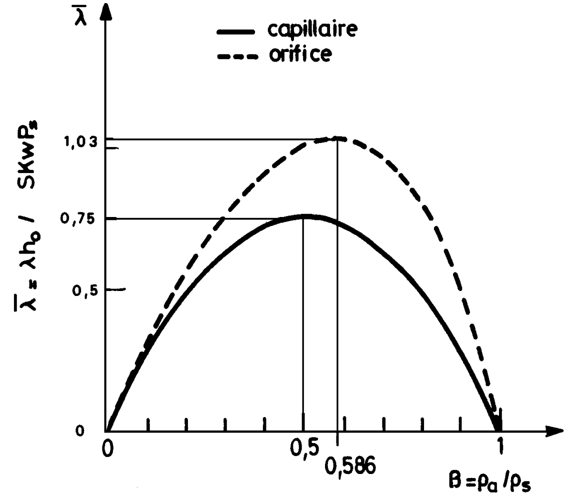


Figure 5 : Raideur d'une butée

- Evolution des caractéristiques lorsque l'on s'éloigne de l'épaisseur de film retenue h_O

Compte tenu du dimensionnement, dans le cas d'un capillaire ou d'un diaphragme les relations suivantes décrivent le comportement de la butée :

$$\overline{W} = \beta \qquad \text{et} \qquad \overline{Q} = \beta\,\overline{h}^3$$

Cas du capillaire :

$$\overline{\lambda}_C = 3\beta\frac{\left(1-\beta\right)}{\overline{h}} \qquad \text{avec} \qquad \beta = \frac{1}{1+\dfrac{K_Q}{K_C}\,h_O^{\,3}\,\overline{h}^3}$$

où

$$\beta = \frac{\beta_O}{\beta_O + \overline{h}^3\left(1-\beta_O\right)}$$

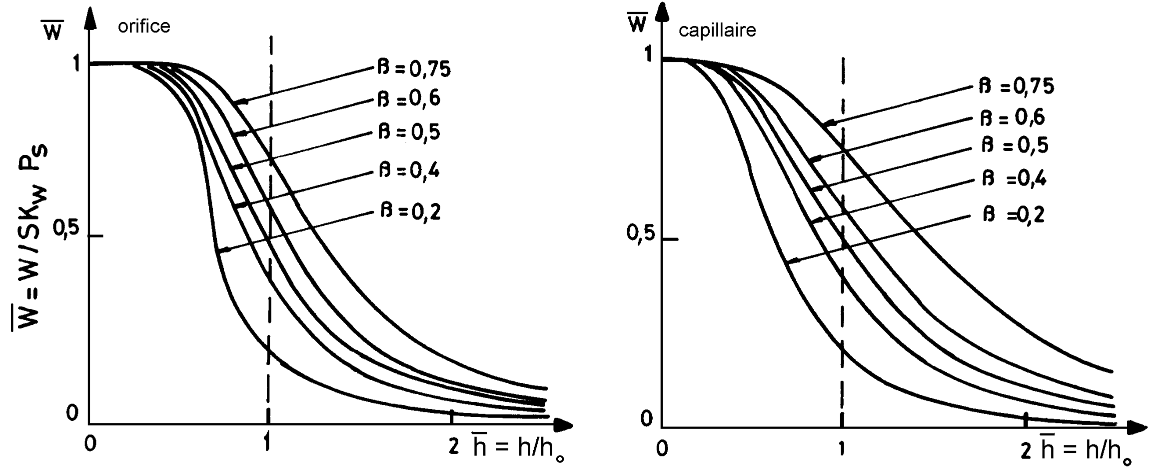
Cas de l'orifice :

$$\overline{\lambda}_O = 6\beta\frac{\left(1-\beta\right)}{\overline{h}\left(2-\beta\right)} \qquad \text{avec} \qquad \beta = \frac{-1+\sqrt{1+4\overline{h}^6\,h_O^{\,2}\,K_Q^{\,2}\,P_S/\mu^2\,K_O}}{2\overline{h}^6\,h_O^{\,6}\,K_Q^{\,2}\,P_S/\mu^2\,K_O}$$

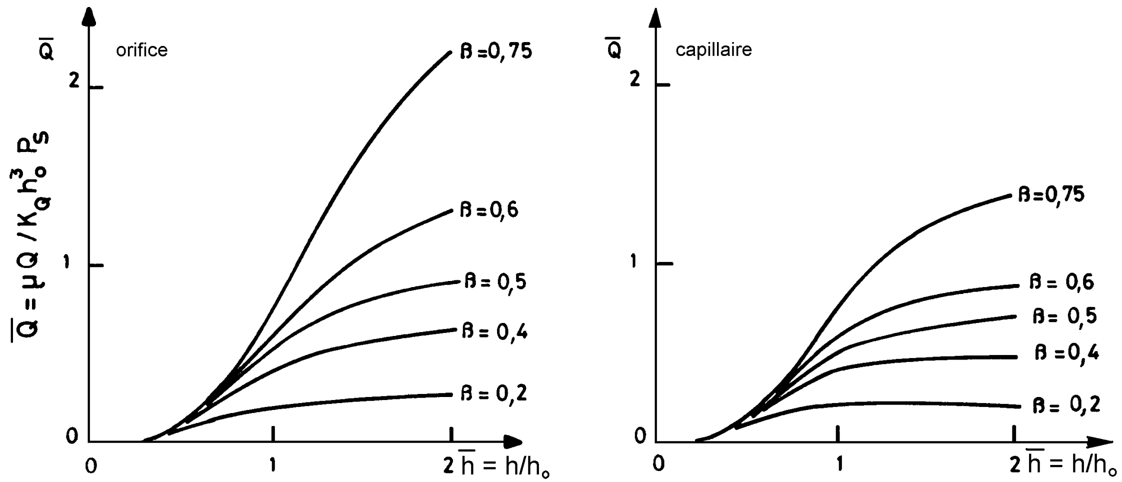
où

$$\beta = \beta_O^{\,2}\,\frac{-1+\sqrt{1+4\left(1-\beta_O\right)\overline{h}^6/\beta_O^{\,2}}}{2\left(1-\beta_O\right)\overline{h}^6}$$

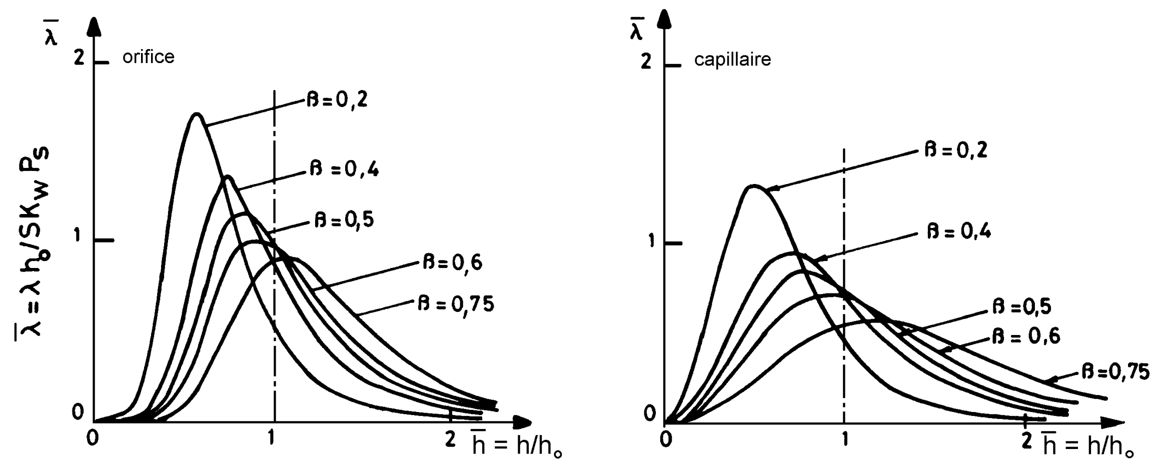
Les courbes de la figure 6 présentent les variations de ces grandeurs adimensionnées en fonction de l'épaisseur relative $\overline{h} = h / h_O$, pour différentes valeurs du rapport des pressions β_O.



a) variations de la charge $\overline{W} = W / P_S \, S \, K_W$ en fonction de l'épaisseur relative.



b) variations du débit $\overline{Q} = \mu Q / k_Q \, h_O^{\;3} \, P_S$ en fonction de l'épaisseur relative.



c) variations de la raideur $\overline{\lambda} = \lambda \, h_O / P_S \, S \, K_W$ en fonction de l'épaisseur relative.

Fig. 6 : Evolution des caractéristiques de la butée en fonction de l'épaisseur relative

On remarque que :

a) La charge adimensionnée $\overline{W}$ augmente lorsque β_O croit ou lorsque l'épaisseur du film diminue,
b) Le débit adimensionné $\overline{Q}$ augmente lorsque β_O ou l'épaisseur du film croissent. Ces variations sont plus importantes dans le cas de l'orifice,
c) La raideur adimensionnée $\overline{\lambda}$ d'une butée contrôlée par un capillaire est moins perturbée lorsque l'on s'éloigne du point de fonctionnement.

Choix : capillaire – orifice

Vis-à-vis des capillaires, les orifices présentent deux avantages : ils ont une plus grande raideur et un encombrement plus réduit.

Cependant, ces deux avantages ne permettent pas de conclure à l'élimination du capillaire. En effet, celui-ci possède une raideur sensiblement constante sur un intervalle plus important que l'orifice (fig. 6c). Par ailleurs, dans le cas de systèmes à plusieurs alvéoles, il est plus aisé d'étalonner des capillaires que des orifices. L'encombrement du capillaire peut être réduit et son ajustement facilité en utilisant des capillaires réalisés à partir de filetages [8].

3.4 - CALCUL DU FROTTEMENT

Lorsque la vitesse U de la plaque supérieure est nulle, l'écoulement dans la butée est symétrique par rapport au milieu de l'alvéole $(x = -c/2)$. Dans ce cas la force de frottement agissant sur les surfaces du contact est nulle par effet de symétrie.

Lorsque la plaque supérieure est en mouvement à la vitesse U, une force de frottement existe sur les parois du contact. Dans ce cas la contrainte de cisaillement dans le fluide s'écrit :

$$\tau_{xy} = \frac{1}{2}\frac{dp}{dx}(2y - h) + \frac{\mu U}{h}$$

Pour $y = h$ on obtient la contrainte de cisaillement sur la paroi mobile :

$$\tau_{xy}(y = h) = \frac{h}{2}\frac{dp}{dx} + \frac{\mu U}{h}$$

Si l'on néglige le frottement dans l'alvéole, la force de frottement s'écrit : $F_{mob} = F_1 + F_2$ avec sur la partie droite de la butée :

$$F_1 = L\int_o^b \left(-\frac{h}{2}\frac{dp}{dx} + \frac{\mu U}{h}\right)dx$$

sur la partie gauche de la butée :

$$F_2 = L\int_{-c-b}^{-c} \left(-\frac{h\,dp}{2\,dx} + \frac{\mu U}{h}\right)dx$$

Sur la partie de droite de la butée le gradient pression s'écrit :

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{P_a}{b}$$

sur la partie gauche de la butée ce gradient est donné par :

$$\frac{dp}{dx} = +\frac{P_a}{b}$$

Il vient ainsi :

$$F_1 = L\left[-\frac{hP_a}{2} + \frac{\mu U b}{h}\right]$$

$$F_2 = L\left[+\frac{hP_a}{2} + \frac{\mu U b}{h}\right]$$

Le frottement sur la surface mobile s'écrit alors :

$$F_{mob} = F_1 + F_2 = \frac{2\mu L U b}{h} = \frac{\mu U}{h} S_p$$

où $S_p = 2Lb$ est la surface des portées.

Il est possible de tenir compte, en partie, du frottement dans l'alvéole, en rajoutant la force :

$$F_a = \frac{\mu U L c}{e + h} = \frac{\mu U}{e + h} S_a$$

où S_a est la surface de l'alvéole.

Cette relation n'est qu'approchée car elle ne tient pas compte de l'écoulement existant dans l'alvéole. Par ailleurs, à vitesse élevée, le régime d'écoulement dans l'alvéole peut être turbulent, dans ce cas la puissance dissipée dans l'alvéole peut être très importante.

3.5 – PUISSANCE DISSIPEE

Lors de la détermination d'une butée ou d'un palier hydrostatique il faut calculer les pertes de puissance car elles déterminent le choix des moteurs, des pompes et des systèmes de mise en mouvement, elles conditionnent aussi l'élévation de température du fluide lubrifiant.

La puissance dissipée comprend :

a) la puissance fournie par la pompe d'alimentation $\mathcal{P}_p$:

$$\mathcal{P}_p = P_s Q_T$$

où P_s est la pression d'alimentation et Q_T le débit total. Le rendement de la pompe est négligé.

b) la puissance dissipée par le déplacement des surfaces du contact de la butée P_f. Celle-ci est obtenue en écrivant que la puissance dissipée par frottement est égale à la puissance fournie pour mettre en mouvement la surface mobile. Soit :

$$P_f = F_{mob}\, U$$

d'où

$$P_f = 2\, b\, L\, \mu \frac{U^2}{h} + c\, L\, \mu \frac{U^2}{e}$$

comme e est grand devant h, on peut souvent ignorer le second terme et écrire :

$$P_f = S_p\, \mu \frac{U^2}{h}$$

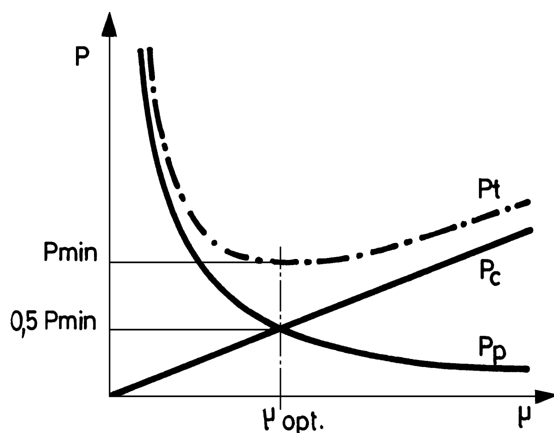
où S_p représente la surface des portées, c'est-à-dire la surface totale de la butée S moins la surface de l'alvéole S_a.

La puissance totale peut donc s'écrire :

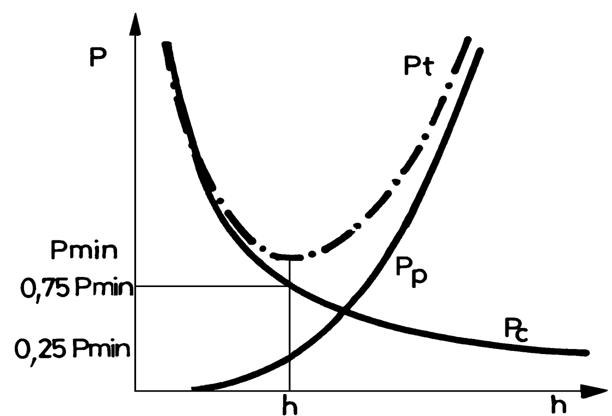
$$P_T = \mu\, S_p \frac{U^2}{h} + \frac{\beta\, P_S^2\, h^3\, K_Q}{\mu}$$

On remarque que l'énergie dissipée en frottement dans la butée est faible si la viscosité du fluide est petite et si l'épaisseur h du film est grande, alors que c'est l'inverse pour l'énergie dissipée par la pompe.

Les courbes de la figure 7 montrent de façon schématique comment varient les différentes puissances d'une part en fonction de la viscosité à épaisseur de film constante et d'autre part en fonction de l'épaisseur à viscosité constante. Il faut remarquer que l'on suppose ici le rapport des pressions $\beta = P_a / P_S$ constant ; c'est-à-dire indépendant de l'épaisseur du film et de la viscosité du lubrifiant.



a) Pertes de puissance pour h = Cste



b) Pertes de puissance pour μ = Cste

Fig. 7 : Variation de la puissance dissipée en fonction de la viscosité et de l'épaisseur du film

Ainsi ces courbes ne correspondent pas au cas d'une butée réelle pour laquelle le rapport des pressions varie lorsque l'on s'éloigne des conditions nominales mais elles peuvent être utilisées lors de la conception d'une butée.

Il est possible de déterminer la viscosité optimale et l'épaisseur optimale du film en calculant les dérivées suivantes.

$$\partial P_T/\partial _ = 0 \qquad \text{et} \qquad \partial P_T/\partial h = 0$$

Pour effectuer ces calculs on supposera que $\beta = cste$. Il vient :

$$\partial P_T/\partial _ = S_p \frac{U^2}{h} - \frac{\beta P_s h^3 K_Q}{\mu^2} = 0$$

La viscosité optimale s'écrit :

$$\mu_{opt} = \frac{P_s h^2}{U}\sqrt{\frac{\beta K_Q}{S_p}}$$

La puissance pour la viscosité optimale est donnée par :

$$P_T\left(\mu_{opt}\right) = U P_S h\sqrt{\beta K_Q S_p} + U P_S h\sqrt{\beta K_Q S_p}$$

De même

$$\partial P_T/\partial h = -S_p \mu \frac{U^2}{h^2} + \frac{3\beta P_s^2 h^2 K_Q}{\mu} = 0$$

L'épaisseur optimale s'écrit :

$$h_{opt} = \sqrt[4]{\frac{S_p \mu^2 U^2}{3\beta P_s^2 K_Q}}$$

La puissance pour l'épaisseur optimale est donnée par :

$$P_T(h_{opt}) = \sqrt[4]{3\beta K_Q P_S^2 \mu^2 S_p^3 U^6} + \sqrt[4]{\beta K_Q P_S^2 \mu^2 S_p^3 U^6/3^3}$$

On constate que, pour la viscosité optimale, les pertes par frottement et la puissance absorbée par la pompe sont égales, tandis que, pour l'épaisseur optimale, la puissance dissipée par cisaillement est trois fois plus grande que celle absorbée par la pompe. On ne peut donc pas optimiser à la fois la viscosité et l'épaisseur du film du point de vue de la dissipation d'énergie. On pourra cependant à titre de compromis prendre un rapport P_f/P_P compris entre 1 et 3. Si on se place dans des conditions moyennes telles que $P_f \approx 2\ P_P$, nous avons la relation :

$$h_{opt} = \left(\frac{\mu U S K_W}{W}\right)^{1/2}\left(\frac{\beta S_p}{2K_Q}\right)^{1/4}$$

Cette valeur de h, déterminée afin de réduire les pertes d'énergie, doit être suffisamment importante pour éviter tout contact métal-métal. Il n'y a pas de règle générale qui permet de déterminer la valeur minimale de l'épaisseur du film lubrifiant. Habituellement, celle-ci est comprise entre 0,02 et 0,5 millimètres. Un film épais est nécessaire lorsque :

- les dimensions de la butée sont très grandes,
- la vitesse est importante,
- les éléments de la butée peuvent se déformer,
- des défauts de géométrie peuvent exister et l'état de surface n'est pas excellent,
- des surcharges peuvent survenir,
- une très bonne fiabilité est nécessaire.

En statique, ou à faible vitesse $(< 0{,}1\ \mathrm{m/sec})$, les règles empiriques suivantes peuvent être utilisées :

$$h_{mini} > 0{,}01 \cdot \left(L^{1/4}\right)(\mathrm{mm})$$

$$h_{mini} > 3 \text{ fois les erreurs de géométrie}$$

$$h_{mini} > 40 \cdot \mathrm{Rms}$$

Si l'on suppose que toute la puissance dissipée est évacuée par le lubrifiant, l'augmentation de température ΔT est :

$$\Delta T = P_T/(_\ Q\, C_p)$$

ou C_p est la chaleur spécifique du lubrifiant.

Il faut souligner que pour la conception d'un palier ou d'une butée hydrostatique, il existe généralement des facteurs plus contraignants (rigidité, amortissement des vibrations,…) que la perte de puissance ou la température de fonctionnement. Cependant dans le cas des grandes vitesses ou en régime turbulent les pertes dans les chambres peuvent devenir très importantes, ces effets n'ont pas été pris en compte dans les calculs précédents.

4 - PRINCIPAUX TYPES DE BUTEES A SIMPLE EFFET

Tous les résultats qui suivent sont valables pour un fluide incompressible $(\rho = \mathrm{Cste})$, isovisqueux $(\mu = \mathrm{Cste})$ en régime permanent $(W = \mathrm{Cste})$ et laminaire dans le film en dehors des alvéoles.

A part la butée plane circulaire à un alvéole central dont la solution est analytique, tous les calculs exacts de la pression dans le film d'une butée hydrostatique ne peuvent être effectués que par résolution numérique de l'équation de Reynolds qui dans ce cas a une forme semblable à celle de l'équation de Laplace. Cependant dans la plupart des cas une solution approchée est amplement suffisante.

Les différents paramètres ou caractéristiques qu'il faut déterminer sont la charge supportée par le contact, le débit dans le film et la force ou le couple de frottement. Nous allons montrer, dans le cas d'une butée plane à un alvéole comment obtenir une valeur approchée des caractéristiques de la butée. En effet il est possible de calculer avec une bonne approximation les paramètres recherchés en extrapolant les résultats obtenus dans le cas d'une butée hydrostatique infiniment longue (§ 3). Nous présenterons successivement, par ordre de difficultés croissantes, le calcul du frottement, du débit et de la charge. Puis nous donnerons sans les démontrer les caractéristiques approchées de différents types de butée [9].

4.1 - BUTEE PLANE A UN ALVEOLE

Cette butée peut être rectangulaire ou carrée. Les notations utilisées sont précisées sur la figure 8.

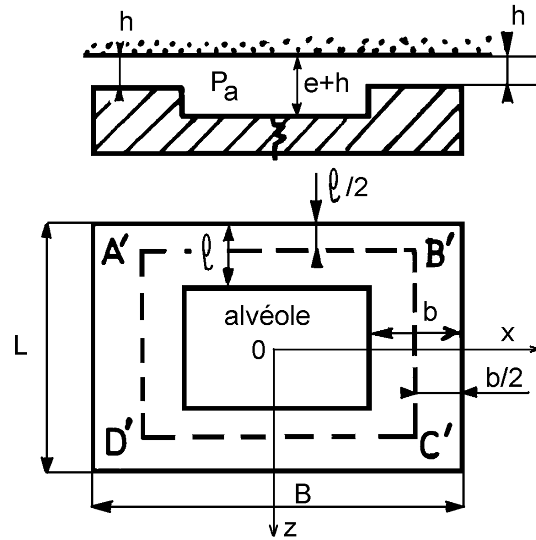


Fig. 8 : Butée à un alvéole

4.1.a - Force de frottement

Dans le cas d'une butée hydrostatique simple la force de frottement est donnée par (§ 3.4) :

$$F_{mob} = \mu U \left(\frac{S_p}{h} + \frac{S_a}{e+h} \right)$$

où S_p et S_a sont respectivement les surfaces des portées et de l'alvéole, h l'épaisseur du film et e la profondeur de l'alvéole.

Cette relation est toujours vraie, en régime laminaire, si le nombre de Reynolds dans les alvéoles est petit et si l'épaisseur h du film est constante. On pourra donc, dans tous les cas, utiliser cette relation.

4.1.b - Débit dans le film

Dans le cas d'une butée hydrostatique pour un écoulement unidirectionnel et pour une épaisseur de film constante, le débit total est indépendant de la vitesse de déplacement des surfaces ; ceci est toujours vrai si l'épaisseur h du film est constante. Par ailleurs ce débit sur un coté de la butée est donné par (§ 3.2) :

$$Q_1 = -\frac{h^3 L}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x}$$

où L est la longueur du contact dans la direction perpendiculaire au débit et où $\partial p / \partial x$ est gradient de pression qui provoque l'écoulement.

Cette relation est encore vraie dans le cas d'une butée hydrostatique réelle. Mais le gradient de pression n'est pas connu. Cependant il existe une courbe sur laquelle le gradient de pression est donné respectivement par $-P_a / b$ dans la direction z et par $-P_a / \ell$ dans la direction x.

Si l'on suppose que la variation de pression est de forme parabolique, ce qui est une bonne approximation, cette courbe est située au milieu des portées (rectangle A'B'C'D'). On peut ainsi écrire que sur la longueur $2\,(L-\ell)$ le gradient est donné par $-P_a / b$ et de même, sur la longueur $2(B-b)$ le gradient de pression est donné par $-P_a / \ell$.

Il vient ainsi :

$$Q_T = \frac{P_a h^3}{6\mu} \left(\frac{B-b}{\ell} + \frac{L-\ell}{b} \right)$$

soit sous forme générale :

$$Q_T = P_a \frac{h^3}{\mu} K_Q$$

avec :

$$K_Q = \frac{1}{6}\left(\frac{B-b}{\ell} + \frac{L-\ell}{b}\right)$$

4.1.c - Charge supportée par la butée

Le calcul approché de la charge supportée par la butée peut être effectué en utilisant différentes hypothèses :

si l'on suppose que sur les portées la variation de pression est linéaire la charge est donnée par le volume d'une obélisque ou tas de sable de hauteur P_a de grande base LB et de petite base $(L-2\ell)(B-2b)$. On obtient alors la relation :

$$W = P_a \left(LB + \frac{4}{3}\ell b - B\ell - Lb\right)$$

Cette relation donne une valeur de la charge toujours trop élevée par rapport à la solution numérique exacte, car la variation de pression est légèrement convexe.

Une valeur plus proche de la réalité consiste à remplacer 4/3 par 1. Il vient ainsi :

$$W = P_a (L-\ell)(B-b)$$

La signification des longueurs $L, B, \ell,$ et b est donnée sur la figure 8. Soit si $S = LB$ est la surface de la butée :

$$W = P_a\, S\, K_W$$

avec

$$K_W = \frac{(L-\ell)(B-b)}{LB}$$

4.1.d - Méthode exacte

Si les distances ℓ et b sont trop importantes ou si l'on veut une solution exacte, on doit résoudre l'équation de Reynolds qui, dans ce cas, se réduit à l'équation de Laplace.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0$$

avec les conditions aux limites suivantes :

$p = 0$ sur le contour extérieur de la butée,

$p = P_a$ sur le contour de l'alvéole et à l'intérieur de celle-ci.

Il n'existe pas de solutions analytiques à ce problème et l'on est obligé de recourir à des méthodes numériques ; avant l'avènement des ordinateurs on a utilisé des méthodes analogiques ou des développements en série.

La figure 9 permet d'apprécier la validité de la méthode approchée dans le cas d'une butée carrée $(B = L, b = \ell)$. L'écart entre les résultats obtenus par la méthode approchée et la méthode numérique exacte est toujours inférieur à 5 %.

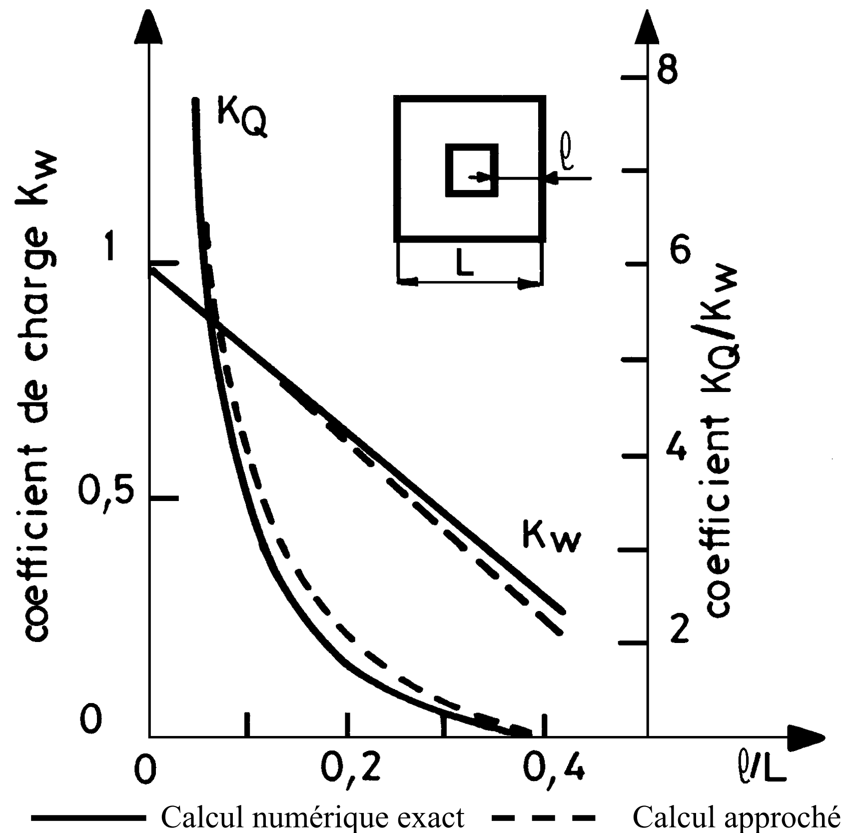


Fig. 9 : Coefficient d'une butée carrée

4.2 - Butee plane a 4 alveoles

En pratique, les butées sont assujetties à supporter des charges verticales que ne sont pas nécessairement centrées. Les butées planes à un alvéole ne peuvent pas supporter de telles charges par contre, celles comportant quatre alvéoles à débit contrôlé (Fig. 10) sont plus adaptées à ce type de charge (Fig. 11). Cependant l'excentration de la charge doit rester relativement faible.

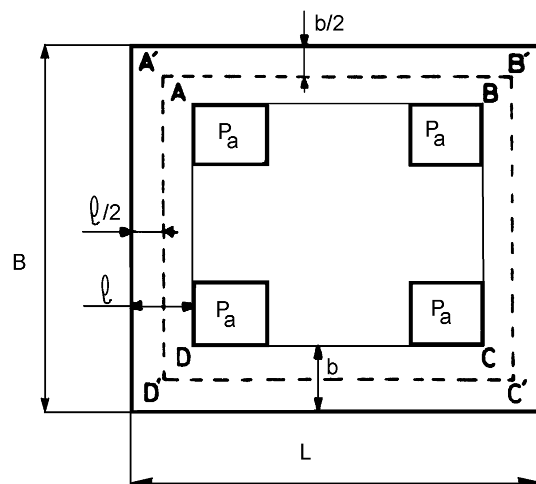
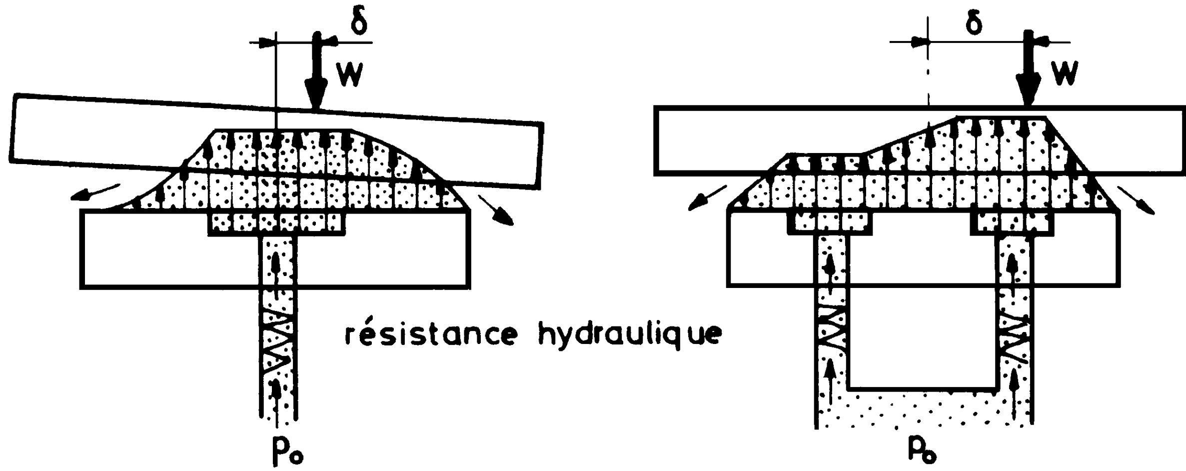


Fig. 10 : Butée à quatre alvéoles



Butée plane à une alvéole Butée plane à plusieurs alvéoles

Fig. 11 : Effet d'une charge excentrée

Pour déterminer la valeur exacte des coefficients de charge et de débit, il faudrait utiliser une méthode numérique. Toutefois, si la largeur des portées est assez faible devant les dimensions de la butée, on peut utiliser une méthode approchée identique à celle décrite dans le paragraphe précédent. Les coefficients de charge et de débit sont alors ceux calculés précédemment au paragraphe (4.1) en supposant que la surface de l'alvéole correspond à la surface du rectangle ABCD qui englobe les quatre alvéoles (fig.10).

4.3 - BUTEE PLANE CIRCULAIRE

Si l'on veut connaître les performances d'une butée plane circulaire telle que celle représentée sur la figure 12, il faut résoudre l'équation :

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial p}{\partial r}\right)+\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial \theta}\right)=0$$

avec les conditions aux limites :

$p = P_a$ sur le pourtour et dans les alvéoles.

$p = 0$ sur le contour extérieur $(r = Re)$.

L'équation précédente n'admet pas de solution analytique. Toutefois, si l'on suppose que la pression est constante, et égale à la pression P_a sur le domaine circulaire défini par $r \le R_2$, cette équation se simplifie et s'écrit :

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dp}{dr}\right)=0$$

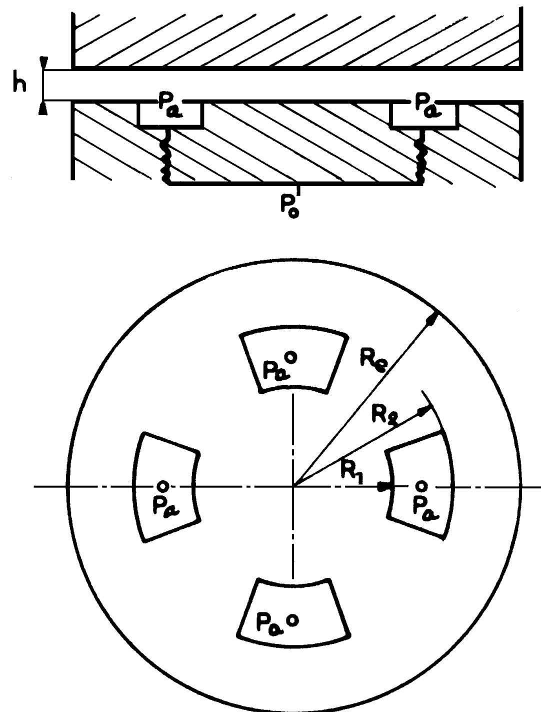


Fig. 12 – Butée plane circulaire à 4 alvéoles

par intégration il vient :

$$r\frac{dp}{dr} = A$$

soit :

$$p = A\,\ell n\, r + B$$

les conditions aux limites permettent de calculer les constantes A et B, ce qui donne la répartition de pression :

$$p(r) = P_a\,\frac{\ell n(r/R_e)}{\ell n(R_2/R_e)}$$

puis la charge :

$$W = P_a\,S\,K_W$$

avec

$$S = \pi R_e^{\,2} \qquad \text{et} \qquad K_W = \frac{1 - R_2^{\,2}/R_e^{\,2}}{2\,\ell n\,R_e/R_2}$$

Le débit radial est donné par :

$$Q = P_a\,\frac{h^3}{\mu}K_Q$$

avec

$$K_Q = \frac{\pi}{6}\,\frac{1}{\ell n\,R_e/R_2}$$

Si la butée possède un orifice central circulaire de rayon R_i où la pression est égale à la pression ambiante, on a alors :

$$S = \pi\left(R_e^{\,2} - R_i^{\,2}\right) \qquad \text{et} \qquad K_W = \frac{1}{2\left(R_e^{\,2} - R_i^{\,2}\right)}\left[\frac{R_e^{\,2} - R_2^{\,2}}{\ell n\,R_e/R_2} - \frac{R_1^{\,2} - R_i^{\,2}}{\ell n\,R_1/R_i}\right]$$

et

$$K_Q = \frac{\pi}{6}\left[\frac{1}{\ell n\,R_e/R_2} + \frac{1}{\ell n\,R_1/R_i}\right]$$

4.4 - BUTEES HYDROSTATIQUES CONIQUES

Ces butées assurent un guidage radial mais se comportent pratiquement comme une rotule.

4 .4.a - Butée comportant un alvéole central

Une pompe ou un autre organe, amène le fluide à la pression P_a dans l'espace circulaire central (fig. 13).

Le calcul exact de la répartition de pression et de la composante verticale de la charge supportée par la butée, est effectué dans le plan projeté. Sous ces conditions les résultats sont identiques à ceux obtenus pour la butée plane circulaire :

$$p(r) = \frac{P_a \,\ell n\left(r / R_e\right)}{\ell n\left(R_i / R_e\right)}$$

et

$$K_W = \frac{1 - R_i^2 / R_e^2}{2 \ell n \, R_e / R_i} \quad ; \quad S = \pi R_e^2$$

L’expression du débit est différente car l’écoulement a lieu selon des directions parallèles aux génératrices du cône. Il vient :

$$K_Q = \frac{\pi}{6} \frac{\sin \alpha}{\ell n R_e / R_i}$$

Si l’on compare les caractéristiques de cette butée avec celles d’une butée plane circulaire, on remarque que pour une même charge normale, la pression dans l’alvéole central et l’épaisseur du film sont identiques ; par contre, le débit est plus faible et le coefficient de frottement plus élevé. En statique, la capacité de charge radiale est nulle.

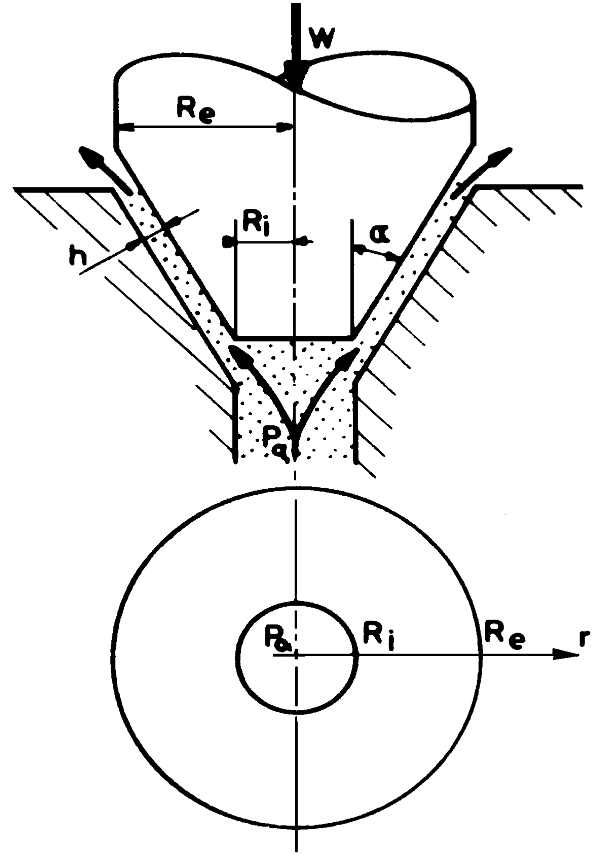


Fig. 13 – Butée conique à alvéole central

4.4.b - Butée conique à 4 alvéoles

Afin d’obtenir un guidage radial, on place le long d’une circonférence 4 alvéoles identiques (fig.14). Chacun de ces alvéoles est alimenté à travers une résistance hydraulique. Le calcul des caractéristiques de cette butée est identique aux calculs précédents. Si l’on suppose que la pression est constante dans l’espace annulaire $R_1 \leq r \leq R_2$ et égale à la pression P_a, il vient (§ 4.3).

$$K_w = \frac{1}{2\left(R_e^2 - R_i^2\right)} \left[\frac{R_e^2 - R_2^2}{\ell n R_e / R_2} - \frac{R_1^2 - R_i^2}{\ell n \, R_1 / R_i}\right]$$

avec

$$S = \pi \left(R_e^2 - R_i^2\right)$$

et

$$K_Q = \frac{\pi}{6} \left[\frac{1}{\ell n R_e / R_2} - \frac{1}{\ell n \, R_1 / R_i}\right] \sin \alpha$$

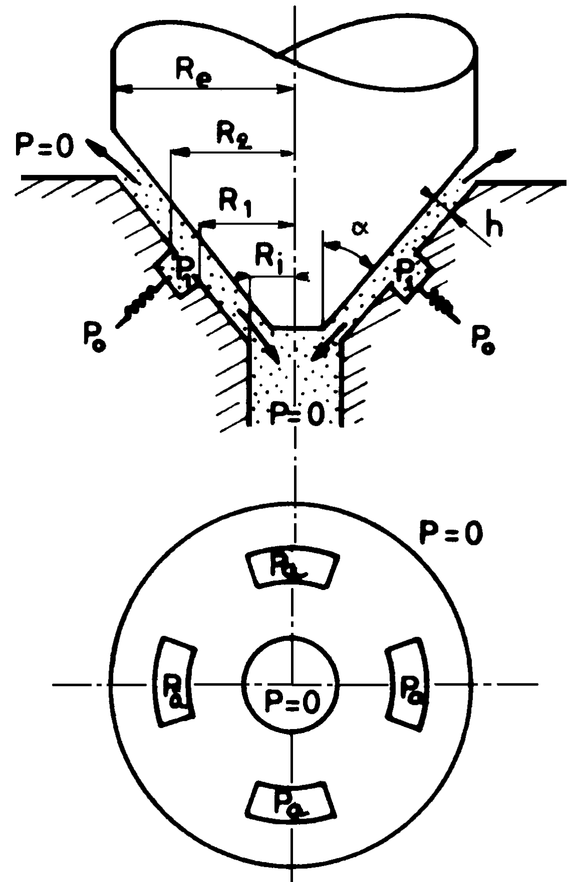


Fig. 14 – Butée conique à 4 alvéoles

La capacité de charge radiale est accrue si l'on pratique le long des génératrices du cône des rainures (Fig. 15). La fonction première de ces rainures est d'éviter l'interaction entre chaque alvéole. Leur présence, si elle augmente la capacité de charge radiale, nécessite, pour une même charge verticale, une pression dans les alvéoles et un débit plus important. Si la vitesse de rotation est grande, de l'air risque d'être introduit dans le mécanisme. La largeur et la profondeur de ces rainures doivent être environ 100 fois plus grandes que l'épaisseur du film lubrifiant.

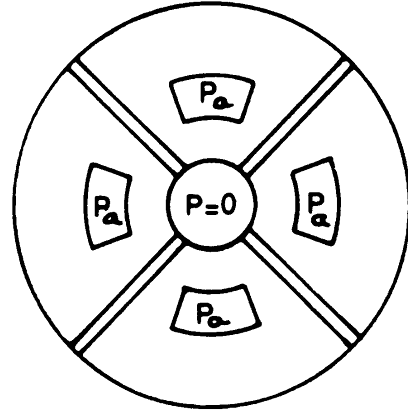


Fig. 15 – Butée conique à rainures

4.5. BUTEES HYDROSTATIQUES SPHERIQUES

Ces butées assurent un guidage aussi précis que les butées coniques, elles permettent en plus, des rotations quelconques autour du centre de la sphère sans qu'il y ait rupture du film fluide. Elles peuvent comporter un alvéole central ou plusieurs alvéoles indépendants, (Fig. 16), les rayons des deux sphères peuvent être ou non égaux. La majorité des butées sphériques sont à rayons identiques, car il est plus facile de roder deux calottes sphériques de même rayon. Toutefois, si l'angle au centre $2\phi_e$ est supérieur à 100°, il est nécessaire de prendre deux rayons différents afin d'éviter le contact du à un film trop mince (Fig. 17).

Pour calculer les performances d'une butée sphérique, on ne peut plus se placer dans le plan projeté, du fait de la sphéricité des surfaces. Pour une butée à quatre alvéoles, (Fig. 17), il vient :

Si les rayons sont égaux :

$$S = R^2 \left(\sin^2 \phi_e - \sin^2 \phi_i\right)$$

$$K_W = \frac{\pi R^2}{S}\left[\frac{tg^2 \phi_e - tg^2 \phi_2}{A} - \frac{tg^2 \phi_1 - tg^2 \phi_i}{B}\right]$$

$$K_Q = \frac{\pi}{3}\left(\frac{1}{A} + \frac{1}{B}\right)$$

$$A = tg^2 \phi_e - tg^2 \phi_2 + \ell n\left(\frac{tg^2 \phi_e}{tg^2 \phi_2}\right) \quad ; \quad B = tg^2 \phi_1 - tg^2 \phi_i + \ell n\left(\frac{tg^2 \phi_1}{tg^2 \phi_j}\right)$$

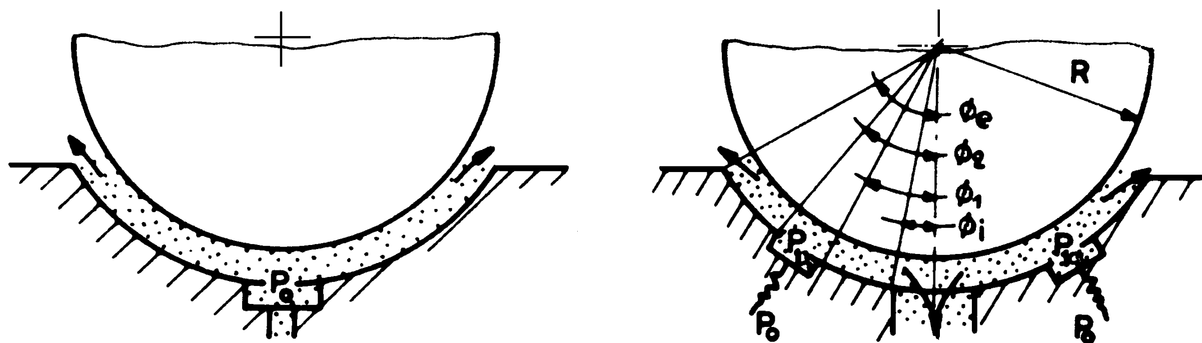
Si les rayons sont différents :

$$K_W = \frac{\pi R^2}{S}\left[\frac{\cos \phi_2 - \cos \phi_e}{C} - \frac{\cos \phi_i - \cos \phi_1}{D}\right]$$

$$K_Q = \frac{\pi}{3}\left(\frac{1}{C} + \frac{1}{D}\right)$$

avec

$$C = \ell n\left(tg\frac{\phi_e}{2} / tg\frac{\phi_2}{2}\right) \quad ; \quad D = \ell n\left(tg\frac{\phi_1}{2} / tg\frac{\phi_i}{2}\right)$$



Butée sphérique à alvéole central Butée sphérique à quatre alvéoles

Fig. 16 – Configurations de butées sphériques

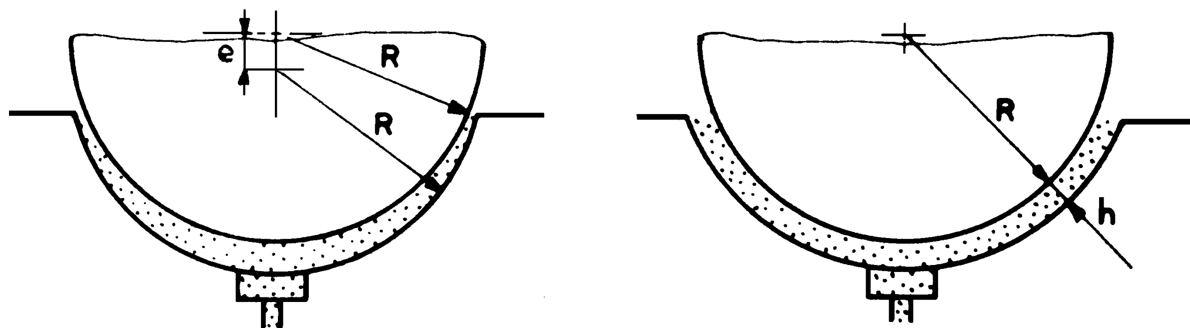


Fig. 17 – Influence du rayon des sphères

4.6 - BUTEES CYLINDRIQUES

Les butées cylindriques permettent de supporter, ou de guider, des arbres soumis à des charges unidirectionnelles avec un coefficient de frottement très réduit. De même que pour les butées sphériques les rayons peuvent être ou non égaux. Dans le cas de rayons identiques l'angle au centre interceptant le palier doit être inférieur à 45°. Selon la valeur de l'angle au centre, et il peut y avoir un ou plusieurs alvéoles. Il n'existe pas de solutions analytiques exactes permettant de calculer les caractéristiques d'une butée cylindrique.

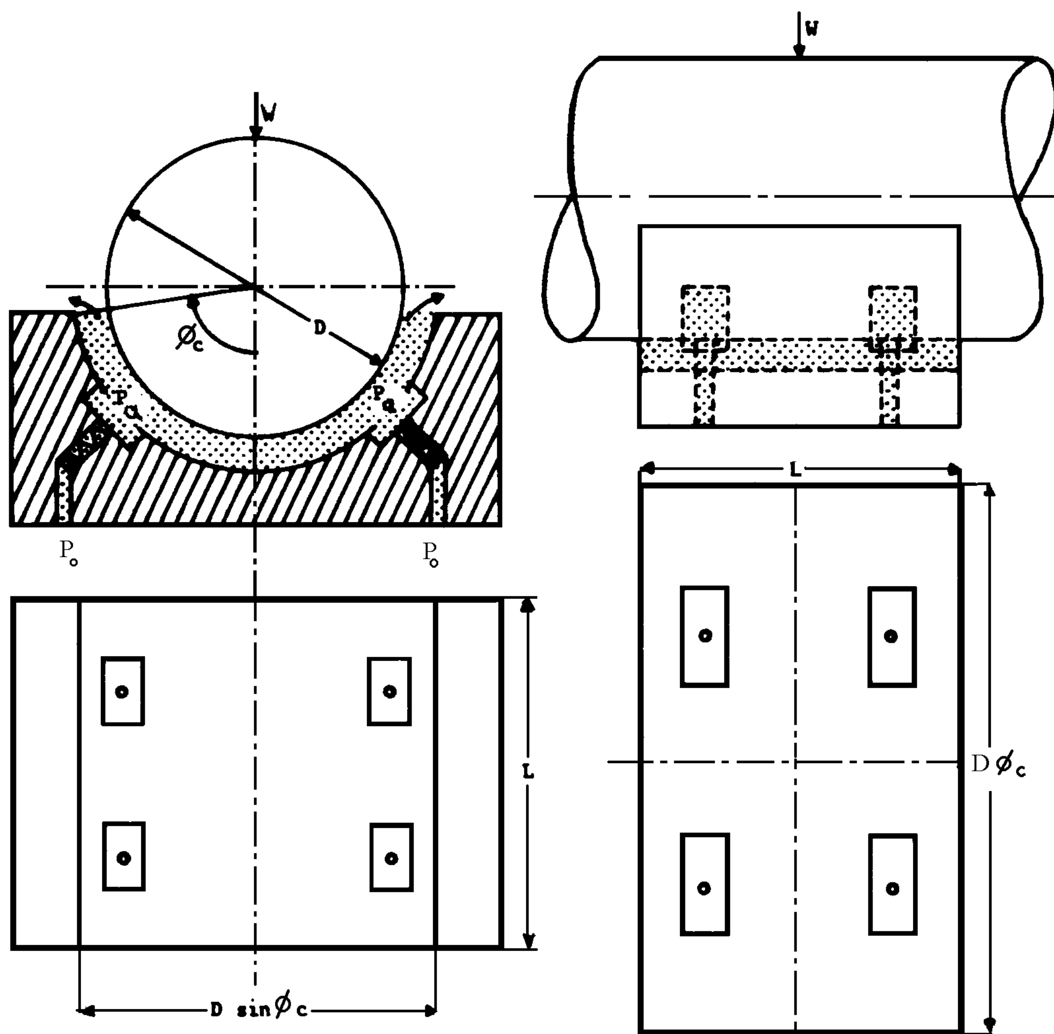


Fig. 18a : Plan projeté

Fig. 18b : Plan développé

Fig. 18 : Butée cylindrique à 4 alvéoles

Si l'angle au centre $2\phi_c$ interceptant le palier est inférieur à 60°, (Fig. 18), les caractéristiques de la butée sont identiques à celles d'une butée plane ayant pour géométrie la projection de la butée cylindrique sur le plan normal à la charge, (Fig. 18a). Lorsque cet angle au centre est supérieur à 60°, mais inférieur ou égal à 180°, la charge portante est voisine de celle de la butée plane équivalente obtenue par projection. On peut avoir une valeur approchée du débit en développant les cylindres et en effectuant le calcul comme dans le cas d'une butée plane, (Fig. 18b).

Une erreur lors de l'estimation du débit qui est proportionnel au cube de l'épaisseur du film (h^3), n'a que très peu d'influence sur le comportement de la butée.

4.5 - Application : Systeme de mise en charge sans frottement

Le dispositif de mise en charge d'une machine d'essai de palier doit permettre d'appliquer la charge exactement dans l'axe du palier sans introduire de frottement parasite qui perturberait la mesure du couple.

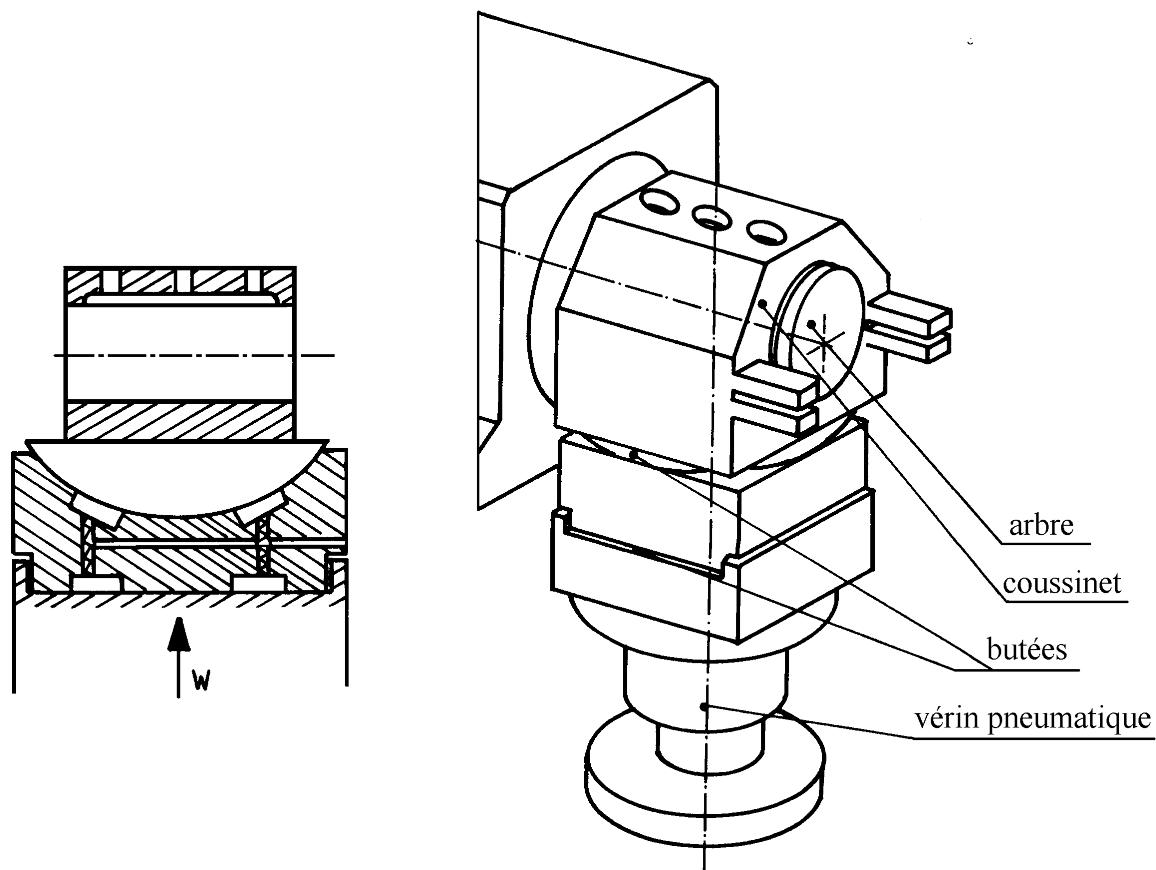


Fig.19 : Dispositif de mise en charge

Le système retenu, schématisé sur la figure 19, est constitué d'une double butée hydrostatique, l'une plane (butée plane), l'autre formée d'une calotte sphérique (butée sphérique) qui transmettent la charge fournie par un vérin pneumatique.

On souhaite pouvoir appliquer des charges atteignant 10 000 N et utiliser le fluide qui alimente le palier d'essai de façon à éviter des dispositifs d'étanchéité. A la température de fonctionnement, la viscosité dynamique et la masse volumique du lubrifiant sont respectivement :

$$\mu = 0{,}015 \text{ Pa.s} \qquad \text{et} \qquad \rho = 860 \text{ kg/m}^3$$

Chacune des butées comporte 4 alvéoles alimentés à travers des capillaires à partir d'une seule source de pression. Les dimensions externes des butées sont imposées par la place disponible sur la machine d'essai. Pour la butée plane, représentée sur la figure 10, on a :

$$L = B = 140 \text{ mm}$$
$$\ell = b = 30 \text{ mm}$$

et pour la butée sphérique, (Fig. 16) :

$$R = 100 \text{ mm} \quad \phi_2 = 26°$$
$$\phi_e = 50° \qquad \phi_1 = 15°$$

Les butées n'ayant pas d'orifice au centre, on suppose que la pression, dans toute la région centrale, est constante et égale à la pression dans les alvéoles.

L'épaisseur du film est fixée, pour les deux butées, à $50\ \mu m$.

Les caractéristiques de fonctionnement de chacune des butées peuvent alors être déterminées à partir des relations présentées précédemment.

Pression dans les alvéoles de la butée plane :

$$P_{ap} = \frac{W}{(L-a)(2-b)} = 0{,}826 \text{ M.Pa}$$

pression dans les alvéoles de la butée sphérique :

$$P_{as} = \frac{W \, \ell n \left[\left(tg \frac{\ddot{o}_e}{2} \right) / \left(tg \frac{\ddot{o}_2}{2} \right) \right]}{\partial R^2 \left(\cos \ddot{o}_2 - \cos \ddot{o}_e \right)} = 0{,}873 \text{ M.Pa}$$

débits dans la butée plane :

$$Q_S = \frac{P_{ap}\, h^3}{6\mu} \left(\frac{B-b}{\ell} + \frac{L-\ell}{b} \right) = 8{,}41 \, . \, 10^{-6} \ m^3/s$$

débit dans la butée sphérique :

$$Q_S = \frac{P_{as}\, h^3}{6\mu} \, \frac{\pi}{\ell n \left[\left(tg \frac{\phi_e}{2} \right) / \left(tg \frac{\phi_2}{2} \right) \right]} = 5{,}04 \, . \, 10^{-6} \ m^3/s$$

La raideur maximale étant obtenue lorsque le rapport $\beta = P_a / P_S$ de la pression dans l'alvéole à la pression d'alimentation, est voisin de 0,5 ; on retient une pression d'alimentation :

$$P_S = 1{,}6 \quad \text{M.Pa}$$

Ainsi, les caractéristiques de la pompe sont telles que :

$$Q_S > 13{,}5 \ m^3/s \qquad \text{et} \qquad P_S > 1{,}6 \text{ M.Pa}$$

Les dimensions des capillaires peuvent maintenant être déterminées :

$$\frac{r^4}{\ell_c} = \frac{8\, Q\, \mu}{4\, \pi \left(P_S - P_a \right)}$$

soit pour la butée plane :

$$\left(\frac{r^4}{\ell_c} \right)_p = 1{,}04 \, . \, 10^{-13} \qquad \text{soit} \qquad \begin{cases} r = 0{,}2 \text{ mm} \\ \ell_c = 15{,}4 \text{ mm} \end{cases}$$

et pour la butée sphérique :

$$\left(\frac{r^4}{\ell_c}\right)_p = 0{,}66\,.\,10^{-13} \quad \text{soit} \quad \begin{cases} r = 0{,}15 \text{ mm} \\ \ell_c = 7{,}67 \text{ mm} \end{cases}$$

Les vitesses moyennes V_m et les nombres de Reynolds moyens υ_m dans les capillaires sont donnés par les relations :

$$V_m = \frac{Q}{4\pi r^2} \qquad\qquad \upsilon_m = \frac{2\rho\, V_{m^r}}{\mu}$$

ainsi dans le cas de la butée plane :

$$V_m = 15{,}2 \text{ m/s} \qquad\qquad \upsilon_m = 350$$

de même dans le cas de la butée sphérique :

$$V_m = 17{,}8 \text{ m/s} \qquad\qquad \upsilon_m = 307$$

Ces valeurs sont acceptables.

5 - BUTEES HYDROSTATIQUES A DOUBLE EFFET

Contrairement aux butées à simple effet que nous avons étudiées jusqu'ici, les butées à double effets peuvent être soumises à des charges alternées ; elles possèdent par ailleurs une rigidité beaucoup plus grande. Les surfaces actives de ces butées ne sont pas nécessairement parallèles, (Fig. 20).



Fig. 20 – Butées hydrostatiques à double effet

La figure 21, présente une butée plane symétrique à double effet. Elle est constituée de deux butées hydrostatiques identiques, supposées infiniment longues et placées de part et d'autre d'une plaque plane dont la masse sera négligée. L'indice 1 repère les caractéristiques de la butée supérieure et l'indice 2 celles de la butée inférieure. Les deux butées sont distantes l'une de l'autre de :

$$D + h_1 + h_2 = \text{Cste}$$

où D est l'épaisseur de la plaque, ainsi la quantité $2\,h_0 = h_1 + h_2$ est constante.

Lorsque la charge appliquée est nulle, le système est parfaitement symétrique.

Il vient :

$$h_1 = h_2 = h_0$$
$$P_1 = P_2 = P_a$$
$$Q_1 = Q_2 = P_a \frac{h_0^3}{\mu} K_Q$$
$$|W_1| = |W_2| = P_a \, S \, K_W$$

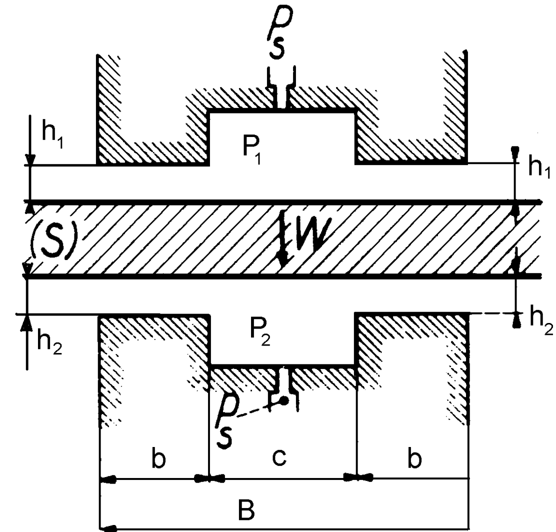


Fig. 21 – Schématisation d'une butée double symétrique

Dans le cas où les résistances hydrauliques sont des capillaires de constante K_C, il vient :

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \frac{3W}{h_0} \frac{K_Q}{K_C} h_0^3 \frac{1}{1 + \frac{K_Q}{K_C} h_0^3}$$

soit encore

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \frac{3 W \alpha h_0^2}{1 + \alpha h_0^3} \quad \text{avec } \alpha = \frac{K_Q}{K_C}$$

Il faut remarquer que même à charge nulle (pour $h_1 = h_2 = h_0$; $W = W_2 - W_1 = 0$) la raideur du système est importante. En effet, cette raideur s'écrit :

$$\lambda = -\frac{\partial W}{\partial h_2} = -\frac{\partial W_2}{\partial h_2} + \frac{\partial W_1}{\partial h_2} = -\frac{\partial W_2}{\partial h_2} + \frac{\partial W_1}{\partial h_1} \frac{d h_1}{d h_2}$$

avec :

$$\frac{d h_1}{d h_2} = -1 \qquad \text{car} \qquad h_1 + h_2 = 2 h_0 = \text{Cste}$$

Soit :

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 = -\frac{\partial W_1}{\partial h_1} - \frac{\partial W_2}{\partial h_2} = -2 \frac{\partial W_0}{\partial h_0}$$

Appliquons une charge W de haut en bas :

$$\begin{matrix} h_2 \downarrow \Rightarrow Q_2 \downarrow \Rightarrow +(P_S - P_2) \downarrow \Rightarrow + P_2 \uparrow \Rightarrow + W_2 \uparrow \\ h_1 \uparrow \Rightarrow + Q_1 \uparrow \Rightarrow + (P_S - P_1) \uparrow \Rightarrow + P_1 \uparrow \Rightarrow + W_1 \downarrow \end{matrix} \quad \Rightarrow W_2 > W_1$$

le système est de nouveau en équilibre. Les caractéristiques de la butée sont alors :

- la charge :

$$W = (P_2 - P_1) S K_W = W_2 - W_1$$

avec

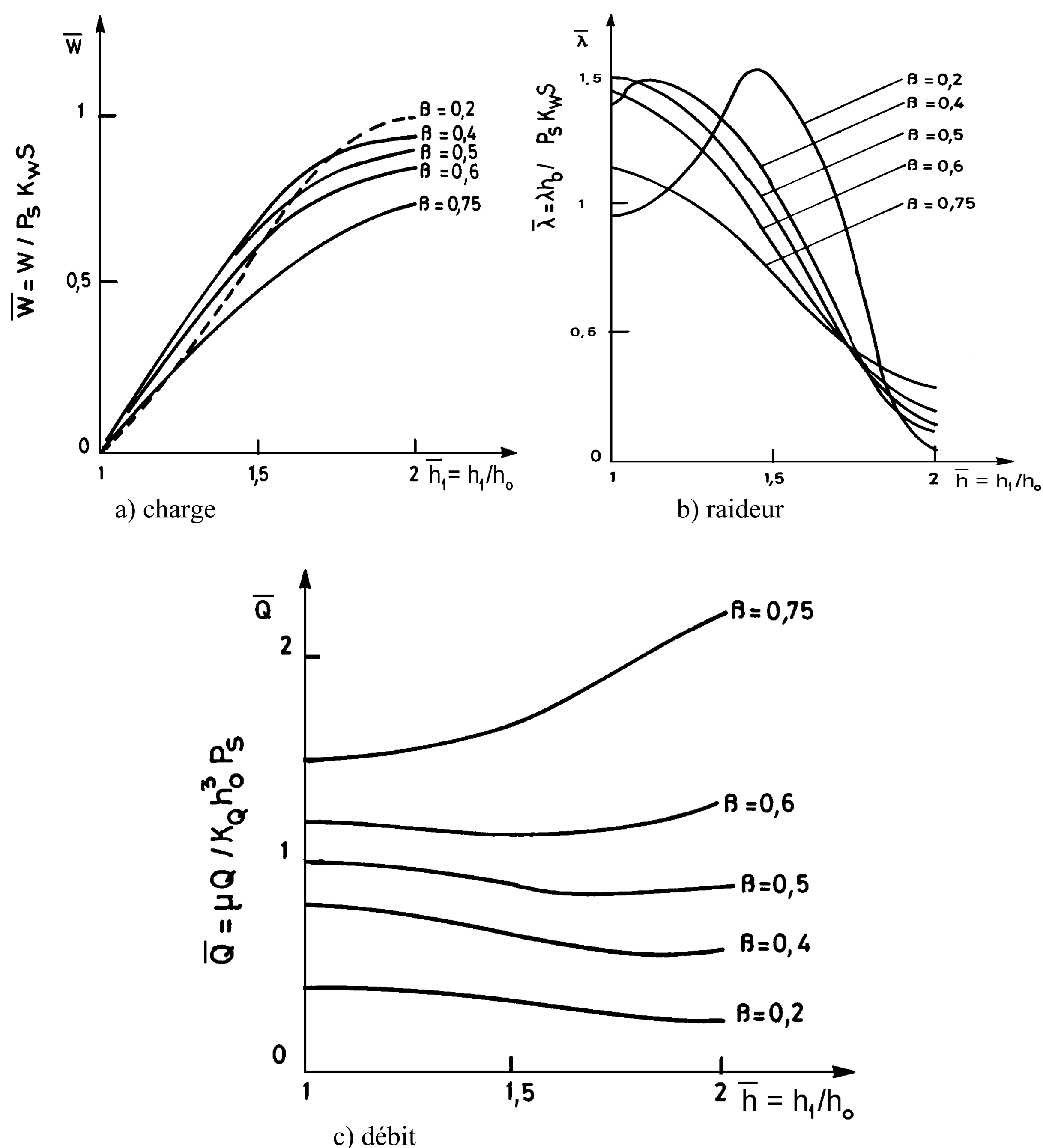
$$P_1 = \frac{P_S}{1 + \frac{K_Q}{K_C} h_1^3} = \frac{P_S}{1 + \alpha h_1^3} \qquad \text{et} \qquad P_2 = \frac{P_S}{1 + \frac{K_Q}{K_C} h_2^3} = \frac{P_S}{1 + \alpha h_2^3}$$

- le débit :

$$Q = Q_1 + Q_2 = \frac{K_Q}{\mu}\left(P_1\, h_1^{\,3} + P_2\, h_2^{\,3}\right)$$

Il vient ainsi :

$$\frac{\partial W}{\partial h_2} = 3\, P_S\, S K_W\, \frac{K_Q}{K_C}\left[\frac{h_2^2}{\left(1+\frac{K_Q}{K_C}h_2^3\right)^2} + \frac{h_1^2}{\left(1+\frac{K_Q}{K_C}h_1^3\right)^2}\right] = 3\alpha\, W\left(\frac{h_2^2}{1+\alpha h_2^3} + \frac{h_1^2}{1+\alpha h_1^3}\right)$$



a) charge b) raideur

c) débit

Fig. 22 –Caractéristiques de fonctionnement d'une butée double effet symétrique

La raideur de l'ensemble est égale à la somme des raideurs relatives à chacune des deux butées simples. Ainsi lorsque $h_1 = h_2 = h_0$ la charge est nulle mais la raideur de la butée est double de celle d'une butée simple effet.

Au point de fonctionnement défini par $h_1 = h_2 = h_0$, la charge est nulle ; les deux butées ont les mêmes caractéristiques de fonctionnement. La raideur optimale au point de fonctionnement est obtenue pour des valeurs du rapport des pressions β identiques à celles observées dans le cas des butées à simple effet, c'est-à-dire $\beta \approx 0{,}5$ pour le capillaire et $\beta \approx 0{,}59$ pour l'orifice en paroi mince. L'importance du débit peut être réduite en diminuant la valeur du rapport β mais ceci s'effectue au détriment de la raideur.

Les résultats présentés sur la figure 6 peuvent également être utilisés afin de déterminer la raideur d'une butée symétrique soumise à une charge W différente de zéro. Cette butée peut être dessinée de telle façon que la charge soit nulle en position centrée ou que la charge nominale soit encaissée pour cette position. Dans ce dernier cas, on devra choisir des résistances hydrauliques différentes pour alimenter les alvéoles situés de part et d'autre de la plaque plane. Les pressions en position centrée doivent vérifier l'égalité :

$$W = (P_2 - P_1) S K_W$$

Lorsque la charge ne varie pas symétriquement autour d'une valeur moyenne, on utilise de préférence une butée double asymétrique dont l'étude peut encore se faire par l'intermédiaire des résultats présentés précédemment.

6 - PALIERS HYDROSTATIQUES

Le principe de fonctionnement d'un palier hydrostatique est semblable à celui d'une butée à double effet. La similitude entre ces 2 mécanismes est surtout marquée lorsque les alvéoles sont rendus indépendants les uns des autres par des rainures axiales (Fig. 23). Cependant, à cause des difficultés technologiques de réalisation, les paliers hydrostatiques à rainures axiales sont rarement utilisés sauf dans le cas des hautes vitesses où il est nécessaire d'évacuer une grande quantité de chaleur. Il faut alors s'assurer que les rainures axiales sont remplies de lubrifiant, afin d'éviter l'introduction d'air, par rotation, dans le palier.

Le nombre d'alvéoles est variable ; les paliers qui comportent plus de 6 alvéoles peuvent être considérés comme isotropes [10, 11].

Le calcul des caractéristiques de fonctionnement d'un palier hydrostatique est plus difficile que celui d'une butée double effet pour les raisons suivantes :

a - mis à part le cas centré, l'épaisseur du film lubrifiant n'est pas constante,

b - en l'absence de rainures axiales, il y a interaction entre les alvéoles,

c - lorsque l'arbre est en rotation, un effet hydrodynamique se superpose à l'effet hydrostatique.

Ce paragraphe est consacré au cas des paliers hydrostatiques en régime laminaire, c'est-à-dire fonctionnant à basse vitesse et lubrifié par un fluide de viscosité élevée. Nous ne présentons ici que les approches analytiques simples.

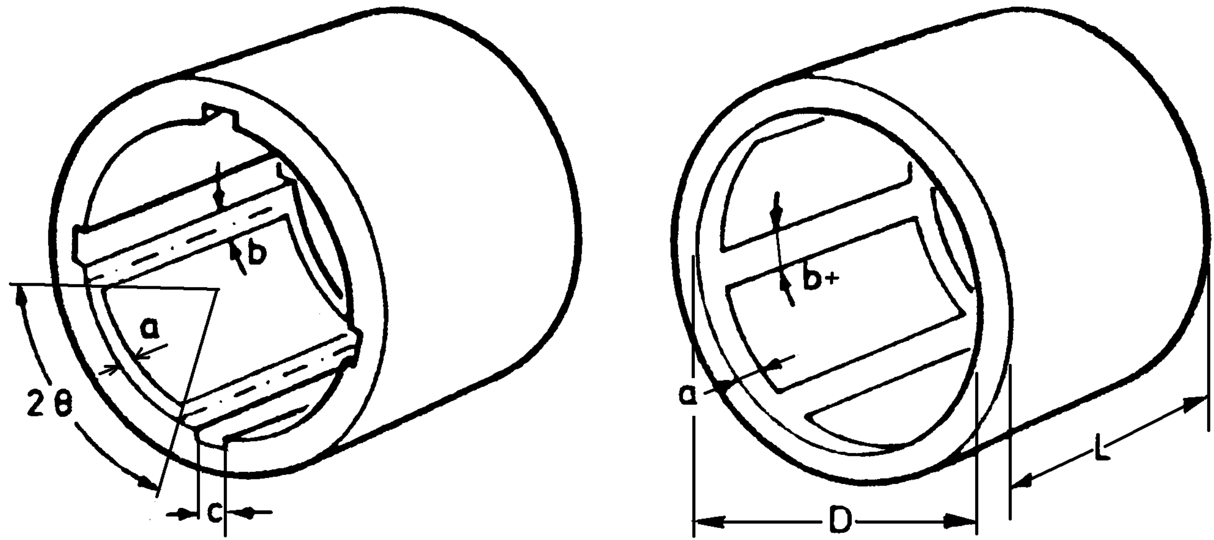


Fig. 23 – Schéma de paliers hydrostatiques

6.1 - Approche analytique des caracteristiques statiques d'un palier hydrostatique fonctionnant en regime laminaire

6.1.a - Cas du palier non chargé

La figure 24 présente la section droite d'un palier hydrostatique non chargé ainsi que l'allure du champ du pression dans le cas où les quatre résistances hydrauliques sont identiques. La pression dans tous les alvéoles est identique et égale à P_a. Si la distance inter-alvéoles b est faible, on peut négliger l'écoulement circonférentiel et, si la distance a entre l'alvéole et le bord du palier est réduite, on peut supposer que le gradient de pression axial est constant. Le problème se réduit donc au cas simple d'une butée plane infiniment longue $(L = \pi D)$, cas déjà traité au paragraphe 3. Le débit relatif à un alvéole s'écrit donc :

$$Q_a = \frac{P_a C^3 K_Q}{\mu}$$

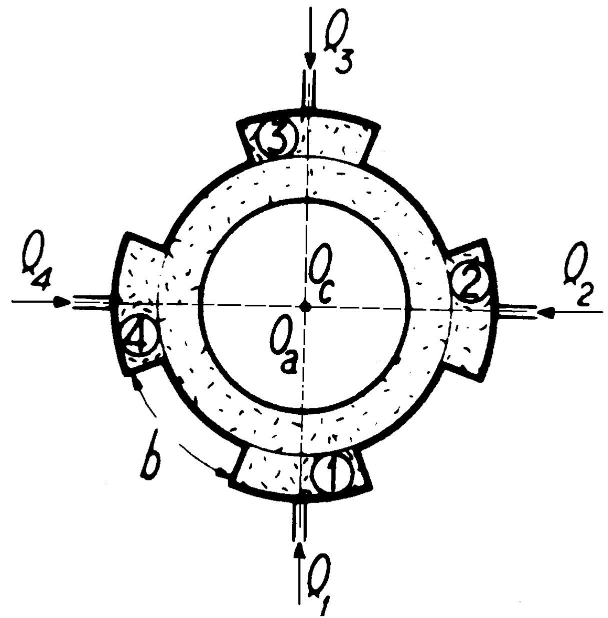


Fig. 24 – Section droite du palier

Avec

$$K_Q = \frac{1}{6a}\frac{\pi D}{4} = \frac{\pi D}{24\,a}$$

où $C = R_c - R_a$ est le jeu radial, D le diamètre et a la longueur axiale de la portée (Fig. 26).

L'égalité du débit dans le film et dans la résistance hydraulique (calculs effectués ici pour un capillaire) conduit à la relation suivante :

$$P_a = P_S/(1 + \frac{K_Q}{K_C} h^3) = \beta P_S$$

Comme cela a été montré dans le cas d'une butée plane, la rotation de l'arbre ne modifie pas ces résultats.

6.1.b - Cas du palier chargé

La figure 25 présente le cas d'un palier chargé pour lequel la ligne de charge coïncide avec l'axe de symétrie de l'alvéole inférieur noté 1.

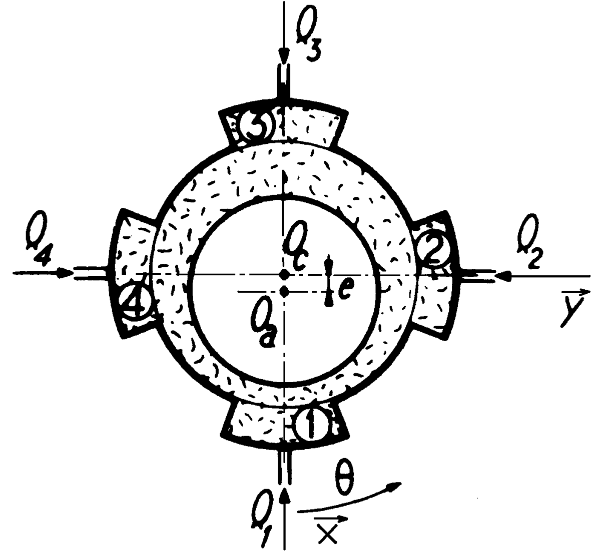


Fig. 25 – Section droite du palier chargé

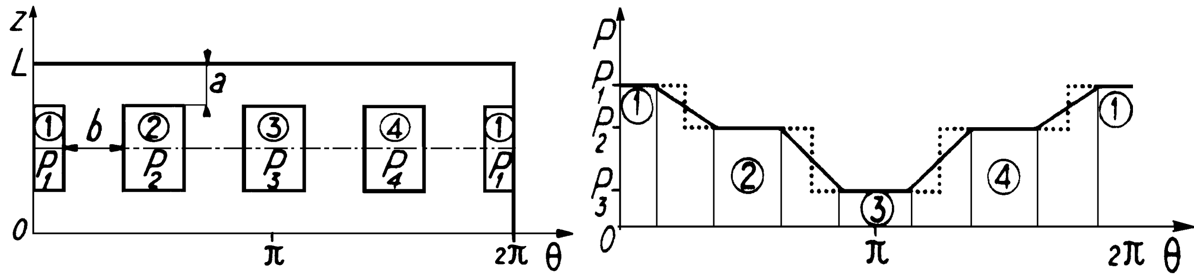
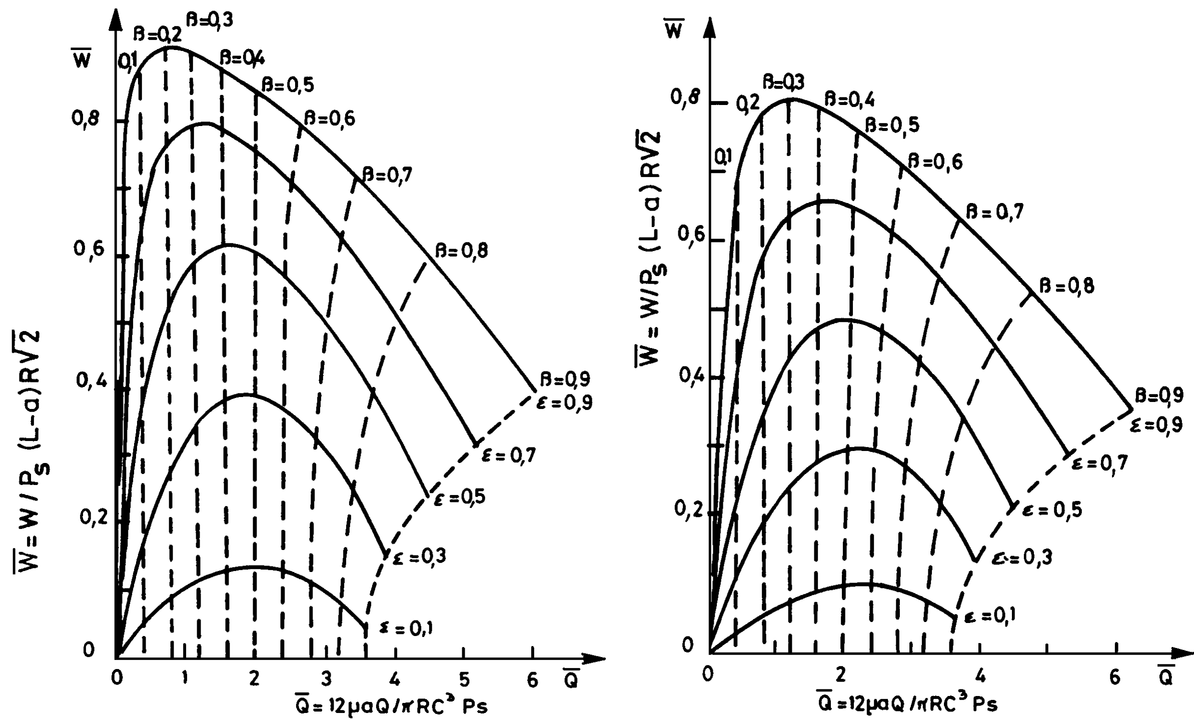


Fig. 26 – Palier développé et schématisation du champ de pression



a) $\gamma = 0,001$ b) $\gamma = 0,75$

Fig. 27 : Variations de la charge $\overline{W}$ en fonction du débit $\overline{Q}$

L'épaisseur h du film fluide est donné par : $h = C\left(1 - \varepsilon\cos\theta\right)$ avec $\varepsilon = e/C$.

Le débit sortant de l'alvéole 1 peut être décomposé en :

- un débit axial Q_{al},
- un débit circonférentiel Q_C en direction des alvéoles 2 et 4 :

$$Q_C = Q_{C12} + Q_{C14}$$

Pour calculer ces débits, on suppose que la pression varie linéairement dans les directions axiale et circonférentielle (Fig. 26c et d). Ceci permet d'écrire :

$$Q_{al} = \frac{P_1\ R}{6\mu\ a}\int_{-\pi/4}^{\pi/4} h^3\ d\theta = \frac{\pi R\ C^3}{12\mu\ a}\ P_1\ f_1$$

avec :

$$f_1 = 1 - \frac{4}{\pi}\left[2,121\varepsilon - 1,93\varepsilon^2 + 0,589\varepsilon^3\right]$$

$$\begin{cases} Q_{C1} = \dfrac{h_{12}{}^3\left(P_1 - P_2\right)\left(L - a\right)}{12\mu\ b} \\ Q_{C2} = \dfrac{h_{14}{}^3\left(P_1 - P_4\right)\left(L - a\right)}{12\mu\ b} \end{cases}$$

avec :

$$h_{12} = h_{14} = C\left(1 - \varepsilon\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\ \text{et}\ P_2 = P_4$$

En posant :

$$g_1 = \left(1 - \varepsilon\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3$$

et en égalant le débit de l'alvéole à celui de la résistance hydraulique, il vient :

$$K_C\left(P_S - P_1\right) = \frac{\pi R\ C^3}{12a}\left[P_1\ f_1 + \gamma\ g_1\left(P_1 - P_2\right)\right]$$

où γ représente un coefficient de forme défini par :

$$\gamma = \frac{4a\left(L - a\right)}{\pi D\ b}$$

Le même raisonnement appliqué aux alvéoles 2 et 3 permet d'écrire :

$$\frac{\pi R\ C^3}{12a}\left\{P_2\ f_2 + \frac{\gamma}{2}\left[g_1\ \left(P_2 - P_1\right) + g_2\ \left(P_2 - P_3\right)\right]\right\} = K_C\ \left(P_S - P_2\right)$$

$$\frac{\pi R\ C^3}{12a}\left\{P_3\ f_3 + \gamma\ g_2\ \left(P_3 - P_2\right)\right\} = K_C\ \left(P_S - P_3\right)$$

avec :

$$f_2 = 1 + \frac{4}{\pi} \cdot 0{,}428\,\varepsilon^2$$

$$f_3 = 1 + \frac{4}{\pi}\left[2{,}121\,\varepsilon + 1{,}93\,\varepsilon^2 + 0{,}589\,\varepsilon^3\right]$$

$$g_2 = \left(1 + \varepsilon/\sqrt{2}\right)$$

Les pressions dans les alvéoles sont solution du système linéaire de 3 équations à 3 inconnues :

$$\begin{cases} P_1\left[f_1 + \dfrac{\beta}{1-\beta} + \gamma g_1\right] - P_2\,\gamma g_1 = \dfrac{\beta}{1-\beta} P_S \\ -P_1 \dfrac{\gamma g_1}{2} + P_2\left[f_2 + \dfrac{\beta}{1-\beta} + \dfrac{\gamma}{2}(g_1 + g_2)\right] - P_3 \dfrac{\gamma g_2}{2} = \dfrac{\beta}{1-\beta} P_S \\ -\dfrac{\gamma g_2}{2} P_2 + P_3\left[f_3 + \dfrac{\beta}{1-\beta} + \gamma g_2\right] = \dfrac{\beta}{1-\beta} P_S \end{cases}$$

où $\beta = P_a / P_S$ représente le rapport des pressions entre l'entrée et la sortie de la résistance hydraulique en position centrée. La charge et le débit s'écrivent respectivement :

$$\begin{cases} W = (P_1 - P_3) R \sqrt{2} (L - a) \\ Q = \dfrac{K_C}{\mu}\left[4 P_S - P_1 - 2P_2 - P_3\right] = \dfrac{\pi R C^3}{12 \mu a} P_S \dfrac{\beta}{1-\beta}\left[4 - \dfrac{P_1 + P_3 + 2P_2}{P_S}\right] \end{cases}$$

On constate que la charge $\overline{W}$ et le débit $\overline{Q}$ adimensionnés :

$$\overline{W} = \frac{W}{P_S (L-a) R \sqrt{2}} \quad ; \quad \overline{Q} = Q \frac{12 \mu a}{\pi R C^3 P_S}$$

sont fonction de l'excentricité relative ε, du rapport des pressions en position centrée β et du coefficient de forme γ.

La figure 27 présente les variations de la charge sans dimension $\overline{W}$ en fonction du débit adimensionné $\overline{Q}$ pour différentes valeurs de ces deux paramètres. Si le coefficient γ tend vers zéro (Fig. 27a), c'est-à-dire lorsque l'écoulement axial devient prépondérant devant l'écoulement circonférentiel (écoulement inter-alvéoles), on obtient des résultats identiques à ceux présentés antérieurement par Shaw et Macks [12]. La charge portante $\overline{W}$ est maximale pour un rapport des pressions β voisin de 0.5 dans le cas des faibles excentricités ; cette valeur optimale diminue lorsque l'excentricité augmente. La prise en compte de l'écoulement circonférentiel (Fig. 27b) entraîne une diminution de la charge portante, l'allure des courbes restant inchangée.

Une telle approche peut être étendue à des paliers à n alvéoles contrôlés par des capillaires ou des orifices.

BIBLIOGRAPHIE

Une partie de ce chapitre a été publiée dans Techniques de l'Ingénieur : Butées et paliers hydrostatiques, B 673-1.

[1] Grand dictionnaire Universel du XIX siècle par Pierre Larousse « Palier » Tome 12 p. 63, 1865.

[2] P. GERARD « Le palier fluide » Mémoire des Ingénieurs Civils de France p. 106-134, 1949.

[3] P. GERARD « Le palier fluide » Revue Universelle des Mines 9e série n° 6, p. 273-282, 1954.

[4] J.P. O'DONOGHUE and W.B. ROWE « Compensation methods for externally pressurized bearings ». Power Transmission, vol. 30, n° 4, pp. 49-60.

[5] C. CHARCOSSET « Butées et glissières hydrostatique avec régulation des laminages de tête ». Mécanique, p. 16-25, Avril 1970.

[6] C. CUSANO « Characteristics of externally pressurized journal bearings with membrane type variable flow restrictors as compensating elements ». Proc. Inst. Mech. Eng. Vol. 188, 52/74, p. 527-536, 1974.

[7] W.B. ROWE, D. KOSHAL and K.J. STOUT « Investigation of recessed hydrostatic and slot entry journal bearings for hybrid hydrodynamic and hydrostatic operation ». Wear, 43, p. 55-69, 1977.

[8] F.M. STANFIELD « Hydrostatic bearings for machine tools and similar applications ». The machinery publishing Co. LTD, 1970.

[9] H.C. RIPPEL « Cast bronze hydrostatic bearing design manual ». Cast bronze bearing institute, Inc., 1969.

[10] J.P. O'DONOGHUE and W.B. ROWE «°Hydrostatic bearing design ». Tribology, Vol. 2, n°1, p. 25-71, Feb. 1969.

[11] W.B. ROWE and J.P. O'DONOGHUE « Design procedures for hydrostatic bearings ». The machinery publishing Co. LTD, 1971.

[12] M.C. SHAW and F. MACKS « Analysis and lubrication of bearings ». Mc Graw Hill Book Company, Inc., 1949.